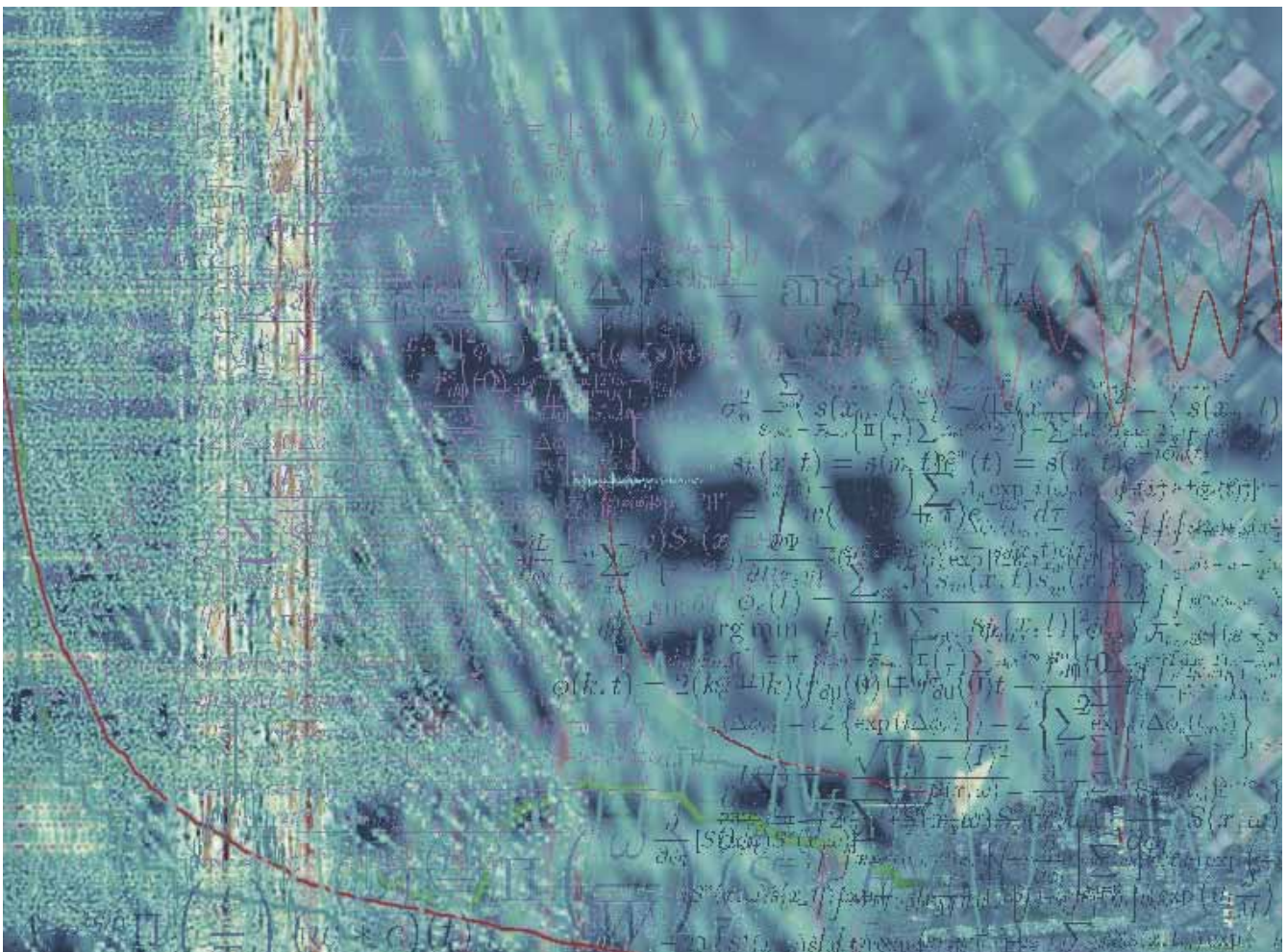




**Puolustusvoimien tutkimuslaitos**  
Julkaisu 3

# Liikekompensaatio- ja autofokusmenetelmät SAR- ja ISAR-tutkien signaalinkäsittelyssä

Risto Vehmas



Puolustusvoimien tutkimuslaitoksen julkaisuja 3

LIIEKOMPENSAATIO- JA AUTOFOKUSMENETELMÄT  
SAR- JA ISAR-TUTKIEN SIGNAALINKÄSITTELYSSÄ

Risto Vehmas



PUOLUSTUSVOIMIEN TUTKIMUSLAITOS  
FINNISH DEFENCE RESEARCH AGENCY

YLÖJÄRVI 2016

Kannen layout: Antti Palosaari

ISBN 978-951-25-2717-5 (PDF)  
ISSN 2342-3137 (verkkajulkaisu)

Puolustusvoimien tutkimuslaitos  
Finnish Defence Research Agency

Ylöjärvi 2016

# Sisältö

<b>Esipuhe</b>	<b>3</b>
<b>Tiivistelmä</b>	<b>4</b>
<b>Määritelmiä, merkintätapoja ja tärkeitä tuloksia</b>	<b>5</b>
<b>1 Johdanto</b>	<b>8</b>
1.1 Tekstin sisältö . . . . .	8
1.2 SAR-kuvanmuodostus . . . . .	10
1.3 Vastaanotettu signaali . . . . .	11
1.4 Erottelukyvyt . . . . .	15
1.5 Polar format-algoritmi . . . . .	16
1.5.1 Projektioviipaiteoreema . . . . .	16
1.5.2 Uudelleennäytteistys . . . . .	19
1.5.3 Esimerkki . . . . .	20
1.6 Takaisinprojektio . . . . .	21
<b>2 Karkea liikekompensaatio</b>	<b>25</b>
2.1 Johdanto . . . . .	25
2.2 Yksiulotteinen optimointimenetelmä . . . . .	27
2.3 Globaali optimointimenetelmä . . . . .	30
2.3.1 Ongelman määrittely . . . . .	30
2.3.2 Globaali optimointi . . . . .	31
2.3.3 Metaoptimointi . . . . .	32
2.4 Esimerkki . . . . .	33
<b>3 Autofokus</b>	<b>40</b>
3.1 Johdanto . . . . .	40
3.2 Vaihegradienttimenetelmä . . . . .	40
3.2.1 Yleiskuvaus . . . . .	40
3.2.2 Analyyttinen malli . . . . .	42
3.2.3 Menetelmän analysointia . . . . .	47
3.2.4 Toiminnallisuuden hienosäätöä . . . . .	49
3.2.5 Esimerkki . . . . .	51
3.3 Optimointiautofokus . . . . .	52
3.3.1 Johdanto . . . . .	52

3.3.2	Ongelman määrittely ja parametrisointi . . . . .	60
3.3.3	Kohdefunktiot . . . . .	61
3.3.4	Suora optimointi . . . . .	63
3.3.5	Esimerkki . . . . .	64
3.3.6	Kohdefunktion gradientti . . . . .	65
3.3.7	Ensimmäisen kertaluvun optimointi . . . . .	70
3.3.8	Esimerkki . . . . .	71
<b>4</b>	<b>Pyörimisliikkeen kompensatio</b>	<b>76</b>
4.1	Johdanto . . . . .	76
4.2	Kiilakivi-interpolaatio . . . . .	77
4.3	Signaalin aika-taajuus-esitys . . . . .	79
4.3.1	Lyhytaikainen Fourier-muunnos . . . . .	79
4.3.2	Wigner-Villen esitys . . . . .	80
4.3.3	Cohenin luokka . . . . .	81
4.3.4	S-menetelmä . . . . .	82
4.3.5	Uudelleensijoitusmenetelmä . . . . .	84
4.4	ISAR-kuvanmuodostus . . . . .	86
4.4.1	S-menetelmän ikkunoiden optimointi . . . . .	87
4.4.2	Esimerkki . . . . .	89
<b>5</b>	<b>Yhteenveto ja pohdiskelua</b>	<b>97</b>
<b>6</b>	<b>Liite</b>	<b>100</b>
6.1	Stationäärisen vaiheen approksimaatio . . . . .	100
6.2	Pulssikompressio . . . . .	101
6.3	Projektiivipaiteoreeman todistus . . . . .	103
6.4	Wolfen ehdot . . . . .	104
6.5	Pseudo-Wignerin esitys STFT:n autokorrelaationa . . . . .	105
6.6	S-menetelmän ydinfunktio . . . . .	106
	<b>Lähdeluettelo</b>	<b>108</b>

## Esipuhe

Kuvaavat tutkat (synthetic aperture radar, SAR) ovat viime vuosikymmeninä ottaneet merkittävän aseman niin eri maiden puolustusvoimien kuvaustiedustelussa kuten myös siviilipuolella erilaisissa ympäristön ja turvallisuuden valvontatehtävissä. Sotilastiedustelussa SAR:n vahvuutena on sen kyky kuvata tarkasti erilaisissa sääolosuhteissa. Tämä korostuu silloin, kun elektro-optinen tiedustelu on estynyt tai vaikeutunut, mikä on tyypillistä Suomen pohjoisilla leveysasteilla. Viime vuosina SAR:n kuvaustarkkuus, prosessointialgoritmit ja prosessorien suorituskyvyt ovat merkittävästi kehittyneet. SAR-kuvauksessa tutka liikkuu ja käänteis-SAR (ISAR) kuvauksessa puolestaan kohde liikkuu. Liike mahdollistaa kohteen kuvauksen. Toisaalta samainen liike, täsmällisemmin sen epätarkkuudet, heikentävät kuvien tarkkuutta. Liike, joka voidaan jakaa siirtymiseen tai pyörimiseen, täytyy kompensoida korkealaatuisen kuvan aikaansaamiseksi. Tästä syystä tämä julkaisu tarkastelee julkisuuteen tulleita SAR-kuvan prosessointialgoritmeja pureutuen erityisesti liiketilän korjaamiseen SAR-kuvissa.

FM Risto Vehmas on työskennellyt tutkijana PVTUTKL:ssa vuosina 2013-2015 tutkien SAR-prosessointialgoritmeja. Työn yhteydessä laaditut raportit ja julkaisut keskittyvät erilaisiin tapoihin korjata kohteen tai sensorin liiketilää SAR-kuvaan ja parantaa näin SAR-kuvan laatua merkittävästi. Tämä julkaisu painottuu muutaman hyväksi havaitun periaatteen soveltamiseen, jotka kuvataan yksityiskohtaisesti. Lisäksi pohditaan teoreettisten mallien käytännön toteutukseen liittyviä haasteita ja havainnollistetaan niitä esimerkein. FM Vehmas esittää teoriaosuuden matemaattisesti elegantissa muodossa ja ottaa esimerkit vastaan tulleista käytännön ongelmista. Tämä julkaisu antaa siten erinomaisen kuvan ongelmakentästä ja siihen liittyvistä ratkaisumenetelmistä. Raportti tarjoaa uusia näkökulmia ja menettelytapoja liikkeen korjausmenetelmiin. Osa esitetyistä menetelmistä on otettu käyttöön PVTUTKL:lla.

Julkaisu on laadukas tarkastelu liikkeen kompensoinnista SAR- ja ISAR-kuviin, johon perehtyminen on vaivan arvoinen ja palkitsevaa. Toivottavasti Riston työ saa lukijassa aikaan samanlaisia oivaltamisen elämyksiä kuin minussa.

Ylöjärvellä 18.8.2016

*TkT Antti Tuohimaa*

## Tiivistelmä

Kuvantavien SAR- ja ISAR-tutkien<sup>1</sup> tarkoituksena on muodostaa korkean erottelukyvyn kuva tutkittavasta kohdealueesta tutkan lähettämän ja kohdealueesta heijastuneen mikroaaltosignaalin avulla. Tässä tekstissä keskitytään kaksikulotteiseen kuvanmuodostukseen. Etäisyysuunnassa korkea erottelukyky muodostetaan pulssikompressiotekniikoilla. Korkeaan sivusuuntaiseen erottelukyvyn vaadittava leveä antenni puolestaan muodostetaan hyödyntämällä tutkan ja kohdealueen välistä suhteellista liikettä.

Tarkan kuvan laskemiseksi tämä suhteellinen liiketila on kyettävä arvioimaan kantoaallon aallonpituuden murto-osan tarkkuudella. Liikekompensaatiolla tarkoitetaan tässä työssä tutkan ja kohdealueen välisen tuntemattoman liiketilän arvioimiseen käytettäviä menetelmiä. Tarkoituksena on siis saada arvio tutkan ja kohdealueen väliselle liiketilalle käyttämällä hyödyksi erilaisten sensorien (GPS, inertiamittaukset) tuottamia alkuarvioita liiketilalle tai ainoastaan vastaanotetun signaalin sisältämää informaatiota.

Translaatioliikkeen kompensaatiolla tarkoitetaan kuvanmuodostuksen kannalta tarpeettomien, kaikille kuva-alueen sijainneille yhteisten etäisyysmuutoksien kompensoimista vastaanotetusta signaalista. Tyypillisesti translaatioliikkeen kompensaatio suoritetaan kahdessa osassa: Ensiksi kompensoidaan etäisyserottelukykyä suuremmat liikkeet karkealla liikekompensaatiolla ja jäljelle jäävät liikevirheet korjataan autofokukseksi kutsutulla toimenpiteellä. Tässä työssä karkea liikekompensaatio suoritetaan globaaliin optimointiin perustuvalla menetelmällä. Autofokukseen käytetään vaihegradienttimenetelmää ja kontrastin optimointia. Kontrastin optimointi voidaan toteuttaa monella eri tavalla, tässä tekstissä esitetään laskentatehokas ensimmäisen kertaluvun optimointiin perustuva toteutustapa.

ISAR-kuvanmuodostuksessa kohteen tuntematon pyörimisliike aiheuttaa ongelmia. Tässä työssä nämä ongelmat ratkaistaan osittain käyttämällä kaksivaiheista menetelmää. Ensin kompensoidaan sirottajien liike etäisyysalkiosta toiseen kiilakivi-interpolaation avulla. Tämän jälkeen ISAR-kuva lasketaan Cohenin luokan aika-taajuusesityksellä. Aika-taajuusesityksen ydinfunktio määritetään optimoimalla energiallaan normalisoidun intensiteettikuvan kontrasti.

---

<sup>1</sup>SAR, *synthetic aperture radar*, suomeksi synteettisen apertuurin tutka ja ISAR, *inverse synthetic aperture radar*, suomeksi käänteisen synteettisen apertuurin tutka

## Määritelmiä, merkintätapoja ja tärkeitä tuloksia

Funktion  $s : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  Fourier-muunnos  $S : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  ja -käänteismuunnos (eli esitys Fourier-integraalina):

$$S(\omega) = \mathcal{F}_{t \rightarrow \omega} \{s(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-i\omega t} dt,$$
$$s(t) = \mathcal{F}_{\omega \rightarrow t}^{-1} \{S(\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{i\omega t} d\omega.$$

Tutkan vastaanottamalle kahden muuttujan signaalille käytetään merkintää  $ss : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{C}$ , kun sen molemmat muuttujat ovat aika- tai paikkamuuttujia. Fourier-muunnoksille käytetään merkintöjä

$$Ss(k_x, y) = \mathcal{F}_{x \rightarrow k_x} \{ss(x, y)\},$$
$$sS(x, k_y) = \mathcal{F}_{y \rightarrow k_y} \{ss(x, y)\} \text{ ja}$$
$$SS(k_x, k_y) = \mathcal{F}_{x \rightarrow k_x} \{ \mathcal{F}_{y \rightarrow k_y} \{ss(x, y)\} \}.$$

Fourier-muunnoksen siirto-ominaisuus:

$$\mathcal{F}_{t \rightarrow \omega} \{s(t - t_0)\} = e^{-i\omega t_0} S(\omega).$$

Derivaatta-ominaisuus:

$$\mathcal{F}_{t \rightarrow \omega} \left\{ \frac{ds}{dt} \right\} = i\omega S(\omega).$$

Konvoluutio funktioiden  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  ja  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  välillä:

$$(f * g)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) g(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} f(t - \tau) g(\tau) d\tau.$$

Ristikorrelaatio:

$$(f \star g)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f^*(\tau) g(t + \tau) d\tau.$$

Suorakaideikkunafunktio:

$$\Pi(x) = \begin{cases} 1, & \text{kun } |x| \leq 1/2 \\ 0, & \text{kun } |x| > 1/2 \end{cases}.$$



Vektorien  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  ja  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$  sisätulo

$$\mathbf{x}^T \mathbf{y} = \sum_{k=1}^n x_k y_k.$$

Vektorin  $\mathbf{x} = [x_1 \dots x_n]^T \in \mathbb{R}^n$  Euklidinen normi

$$\|\mathbf{x}\| = \sqrt{\mathbf{x}^T \mathbf{x}} = \sqrt{\sum_{k=1}^n x_k^2}.$$

Aikaderivaatta:

$$\dot{s}(t) = \frac{ds}{dt}.$$

Diracin delta-symbolille pätee

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt &= 1, \\ \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t - t_0) dt &= f(t_0), \\ \mathcal{F}_{t \rightarrow \omega} \{ \delta(t - t_0) \} &= e^{-i\omega t_0}. \end{aligned}$$

Kroneckerin delta:

$$\delta_m^n = \begin{cases} 1, & \text{kun } n = m \\ 0, & \text{kun } n \neq m. \end{cases}$$

Kompleksiluvun  $z = Ae^{i\phi} = A(\cos \phi + i \sin \phi)$ , jossa  $A, \phi \in \mathbb{R}$  ja  $i = \sqrt{-1}$  vaihekulma

$$\angle z = \phi$$

ja kompleksikonjugaatti:

$$z^* = Ae^{-i\phi}.$$

Reaaliosa

$$\Re \{z\} = A \cos \phi$$

ja imaginääriosia

$$\Im \{z\} = A \sin \phi.$$

Skalaarifunktion  $L : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $L = L(x_1, \dots, x_n) = L(\mathbf{x})$  gradientti:

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} = \left[ \frac{\partial L}{\partial x_1} \quad \dots \quad \frac{\partial L}{\partial x_n} \right]^T.$$

Tilastollinen odotusarvo jatkuvalle satunnaismuuttujalle  $x$

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx,$$

kun  $f$  on jakauman tiheysfunktio. Diskreetille muuttujalle  $x_i$

$$\langle x \rangle = \sum_i x_i p_i,$$

kun  $p_i$  on realisaation  $x_i$  todennäköisyys.

Konvoluutioteoreema, korrelaatioteoreema ja Wiener-Khinchin-teoreema:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{t \rightarrow \omega} \{(s * g)(t)\} &= \mathcal{F}_{t \rightarrow \omega} \{s(t)\} \mathcal{F}_{t \rightarrow \omega} \{g(t)\} = S(\omega)G(\omega), \\ \mathcal{F}_{t \rightarrow \omega} \{(s \star g)(t)\} &= \mathcal{F}_{t \rightarrow \omega} \{s(t)\}^* \mathcal{F}_{t \rightarrow \omega} \{g(t)\} = S^*(\omega)G(\omega), \\ \mathcal{F}_{t \rightarrow \omega} \{(s \star s)(t)\} &= |S(\omega)|^2. \end{aligned}$$

Normalisoitu sinc-funktio

$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin \pi x}{\pi x}.$$

Funktion  $L : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  minimiarvon tuottava joukko

$$\arg \min_{\mathbf{x} \in \Theta} L(\mathbf{x}) = \{\mathbf{x}^* \in \Theta : L(\mathbf{x}^*) \leq L(\mathbf{x}) \forall \mathbf{x} \in \Theta\},$$

jossa  $\Theta \subset \mathbb{R}^n$  on ongelman rajoitusjoukko. Minimiarvo joukossa  $\Theta$ :

$$\min_{\mathbf{x} \in \Theta} L(\mathbf{x}) = \{L(\mathbf{x}^*) : L(\mathbf{x}^*) \leq L(\mathbf{x}) \forall \mathbf{x} \in \Theta\}.$$

Huomautus! Kaikki tekstissä esitetyt integraalit ovat määrättyjä Riemannin integraaleja, mikäli integrointirajoja ei merkitä eksplisiittisesti niin ne ovat  $-\infty$  ja  $\infty$ .

# 1 Johdanto

## 1.1 Tekstin sisältö

Tämä teksti käsittelee synteettisen ja käänteisen synteettisen apertuurin tutkien (SAR ja ISAR) signaalinkäsittelyyn oleellisesti kuuluvia puutteellisen liikeratatieon korjaamiseen vaadittavia liikekompensaatiomenetelmiä. Työ on suoritettu Puolustusvoimien Tutkimuslaitoksessa häivetekniikan tutkimusalalla syksyllä 2014 ja alkuvuonna 2015. Tekstin tarkoituksena on esittää lyhyt yhteenveto työn aikana toimiviksi havaituista menetelmistä.

Molemmissa tapauksissa (SAR ja ISAR) sivusuuntaisen kuvanmuodostuksen perustana on tutkan vastaanottamassa signaalissa tapahtuvien deterministen vaihemuutosten hyödyntäminen. Sivusuuntaiseen erottelukyvyn vaadittavan informaation tuottaa kustakin paikka-avaruuden erottelualkiota heijastuneen signaalin uniikki vaihehistoria. Tässä tekstissä keskitytään ainoastaan kaksiulotteiseen kuvanmuodostukseen. Sivusuuntaisen erottelukyvyn muodostamisen ja liikekompensaation kannalta ei tyypillisissä tilanteissa ole oleellista kuinka erottelukyky etäisyysuunnassa muodostetaan. Täten tekstissä tutkan vastaanottamalla (kaksiulotteisella) signaalilla tarkoitetaan aikasarjaa korkean etäisyserottelukyvyn yksiulotteisia etäisyysprofileja (etäisyyskompressoitua signaalia).

ISAR- ja SAR-tutkien kuvanmuodostus ja liikekompensaatio toteutetaan samoilla periaatteilla, mutta niissä on kuitenkin useita tärkeitä käytännön eroja. Tässä tekstissä ISAR-liikekompensaation ja -kuvanmuodostuksen tarkoituksena on muodostaa tutkakuva ns. yhteistyöhaluttomasta kohteesta<sup>1</sup>, jolloin kuvanmuodostukseen tarvittava liikerata ei ole tiedossa a priori. Sen sijaan SAR-tutkan tapauksessa oletetaan, että tutkan liikerata tunnetaan jollakin tarkkuudella esimerkiksi inertia- ja GPS-mittausten perusteella.

Tyypillisesti SAR-tutkan tapauksessa paikkatieto saadaan yhden etäisyserottelualkion tarkkuudella, jolloin tietyin oletuksin voidaan liiketilan korjaus suorittaa muuttamalla kunkin etäisyysprofiilin vaihetta ennen sivusuuntaista kuvanmuodostusta. Tätä etäisyserottelualkiota pienempien virheiden korjaamisprosessia kutsutaan tässä tekstissä kirjallisuudessa esiintyvän käytännön mukaisesti autofokukseksi [1, 2]. Autofokuksen suorittamisella on omat erityispiirteensä riippuen tutkan toimintamuodosta (spot-

---

<sup>1</sup>tutkakuvalla tarkoitetaan tässä tekstissä kohteen heijastuvuusjakaamaa kuvaavaa funktiota paikka-avaruudessa

light vai stripmap), kuvanmuodostusalgoritmista sekä kuvattavan alueen koosta. SAR-tutkan osalta tämä teksti käsittelee spotlight-toimintamuotoa. Tämän syynä on se, että spotlight-muodossa käytettäviä periaatteita ja menetelmiä voidaan usein pienin muutoksin soveltaa stripmap-muotoonkin. Lisäksi autofokuksen tarpeellisuus kasvaa kuvan erottelukyvyn parantumisessa, joten sen suorittaminen on tyypillisesti kriittisempää spotlight-toimintamuodossa.

Tyypillisin tapa korkean erottelukyvyn saavuttamiseen etäisyysuunnassa on käyttää vaihemoduloituja pulsseja. Tästä syystä ensimmäisessä luvussa ja liitteessä käydään lyhyesti läpi pulssikompression periaate, jonka avulla saadaan käytetty malli vastaanotetulle signaalille. Koska liikekompensaation suorittaminen riippuu myös oleellisesti kuvanmuodostusalgoritmista, esitetään ensimmäisessä luvussa myös lyhyt kuvaus spotlight-kuvanmuodostukseen sopivista polar format-algoritmista (PFA) sekä takaisinprojektiosta (back-projection).

ISAR-tutkan tapauksessa on yleisesti kompensoitava etäisyserottelu-alkiota suurempia liikkeitä. Lisäksi kuvanmuodostusta varten on tutkittavan kohteen kulma-asennon muutos kyettävä arviomaan. Nämä ongelmat jaetaan tässä tekstissä kahteen osaan, jotka ovat translaatioliikkeen kompensointi ja pyörimisliikkeen kompensointi. Translaatioliikkeen kompensointi tarkoituksena on kompensoida tutkan vastaanottamasta signaalista sellaiset etäisyysmuutokset, jotka ovat kaikille kuvan erottelualkiolle yhteisiä (siis sellaiset tuntemattomat liikkeet, joiden aiheuttama muutos signaalin kulkemassa matkassa tutkan ja kunkin erottelualkion välillä on likimain sama). Translaatioliikkeen kompensointi on helpointa suorittaa kahdessa vaiheessa, tämä on myös kirjallisuudessa yleisimmin esiintyvä käytäntö [3, 4, 5]. Tällöin ensin korjataan etäisyserottelua suuremmat liikkeet karkealla liikekompensaatiolla ja tämän jälkeen käytetään autofokusta (kuten SAR-tutkallekin) etäisyserottelualkiota pienempien virheiden korjaamiseen. Luvussa 2 käsitellään karkeaan liikekompensaatioon soveltuvaa optimointimenetelmää. Vastaavasti luvussa 3 käsitellään autofokusta, joka liittyy oleellisesti sekä ISAR- että SAR-tutkan signaalinkäsittelyyn.

Pyörimisliikkeen kompensointiolla pyritään korjaamaan epätasaisen pyörimisliikkeen vaikutusta ja mahdollisesti arviomaan kulma-asennon muutoksen suuruutta yhteistyöhaluttomalle ISAR-kohteelle. Koska tietoa liikeradasta ei ole saatavilla a priori, käytetään kuvanmuodostuksessa useasti yksinkertaistavia oletuksia. Esimerkiksi signaali pyritään saamaan sellaiseen muotoon, että Fourier-muunnos tuottaa fokuoituneen kuvan. Toinen mahdollisuus on käyttää kuvanmuodostukseen aika-taajuus-signaali-analyysiä [6]. Tämä teksti keskittyy pyörimisliikkeen korjaamisen osalta aika-taajuus-menetelmiin. Pyörimisliikkeen kompensointiota ja aika-taajuus-

menetelmiä käsitellään luvussa 4.

Tekstissä käytetään kahta eri dataa kuvattujen menetelmien demonstroimiseen. Ensimmäinen data on fysikaalisen optiikan RCS-mallinnuksella<sup>2</sup> tuotettua ISAR-dataa [7]. Toinen data on Air Force Research Laboratoryn julkiseen käyttöön vapauttamaa Gotcha Challenge-projektin mitattua lentokone-SAR-dataa [8].

## 1.2 SAR-kuvanmuodostus

SAR- (ja ISAR-) kuvanmuodostuksen tarkoituksena on muodostaa kaksiulotteinen kohdealueen heijastuvuusjakaumaa kuvaava paikka-avaruuden funktio tutkan lähettämän ja vastaanottaman signaalin (radioaallon) avulla. Erottelukyky etäisyysuunnassa saavutetaan tyypillisesti lähettämällä taajuus- tai vaihemoduloituja pulsseja, jotka vastaanoton jälkeen muokataan (pulssikompressiolla) vastaamaan erittäin lyhytkestoista pulssia. Sivusuuntaiseen erottelukykyyen tarvittava pulssista<sup>3</sup> toiseen muuttuva vaihehistoria (eli leveä synteettinen antenni) syntyy tutkan ja kohdealueen välisen suhteellisen liikkeen avulla. Tarkoituksena on hyödyntää kustakin paikka-avaruuden erottelualkiosta  $(x, y)$  heijastuneen signaalin uniikkia vaihehistoriaa. Sivusuuntaisessa prosessoinnissa on kyse juuri tämän vaihehistorian suodattamisesta (eli kuvitteellisen leveän antenniryhmän kohdistamisesta) kullekin paikka-avaruuden kuvan erottelualkiolle. Ongelmasta tekee haastavan se, että kunkin erottelualkion vaihehistorian suodattamiseen tarvitaan yleisesti ottaen erilainen suodatin. Tämä tekee sivusuuntaisesta prosessoinnista yleisimmässä tapauksessa erittäin laskentaintensiivisen ongelman.

SAR-kuvanmuodostusmenetelmät voidaan karkeasti ottaen jakaa kahteen ryhmään. Ensimmäiseen ryhmään kuuluvissa algoritmeissa tarkoituksena on hyödyntää laskentatehokasta diskreetin Fourier-muunnoksen laskeamiseen kehitettyä FFT-algoritmia<sup>4</sup>. Lisäksi näissä menetelmissä tyypillisesti tehdään erilaisia yksinkertaistuksia sivusuuntaisessa prosessoinnissa käytettävään suodattimeen. Toisen ryhmän algoritmit sen sijaan pyrkivät ideaaliseen suodatukseen ilman yksinkertaistuksia, jolloin laskenta suoritetaan aika-alueessa<sup>5</sup>. Spotlight-kuvanmuodostuksessa polar format-algoritmi [1, 2, 9] on esimerkki ensimmäisestä ja takaisinprojektiio [10, 11, 12, 13] jälkimmäisestä tavasta. Kyseiset menetelmät esitetään lyhyesti kohdissa 1.5

<sup>2</sup>RCS (*radar cross section*) tarkoittaa tutkapoikkipinta-alaa

<sup>3</sup>tässä pulssilla tarkoitetaan tutkan vastaanottamaa, kohdealueelta heijastunutta kaikua lähetetystä pulssista

<sup>4</sup>FFT, *Fast Fourier Transform*

<sup>5</sup>apertuurin suuntaisessa ulottuvuudessa, eli ns. hitaassa ajassa

ja 1.6.

Tässä tekstissä lähtökohtana SAR- ja ISAR-kuvanmuodostukseen on etäisyyskompressoitu signaali. Kuvanmuodostuksen kannalta on oleellista ymmärtää, että kuinka tämän kaksiulotteisen signaalin vaihe käyttäytyy. Tästä syystä seuraavaksi esitetään lyhyesti, että kuinka tutkan lähettämästä vaihemoduloidusta signaalista päästään vastaanotetun ja etäisyyskompressoitun signaalin vaihekäyttämiseen (yhtälöt 1.5 ja 1.6).

### 1.3 Vastaanotettu signaali

Tämän kohdan tarkoituksena on esittää tutkan vastaanottamaa demoduloitua ja etäisyyskompressoitua signaalia kuvaava funktio, jota käytetään lähtökohtana SAR (ja ISAR)-kuvanmuodostuksessa. Tätä varten tutkitaan kuvan 1.1 mukaista tilannetta, jossa tutka<sup>6</sup> liikkuu vakiokorkeudella  $z_a$  pitkin suoraa  $y$ -akselin suuntaista liikerataa vakionopeudella  $v$ . Määritellään kolmiulotteinen paikka-avaruuden karteesinen koordinaatisto siten, että origo on kuvattavan alueen keskipisteessä. Tilannetta voitaisiin aivan yhtä hyvin tutkia myös koordinaatistossa, jossa tutka on paikallaan ja tutkittava kohdealue liikkuu tutkan suhteen (ISAR). Oletetaan, että tutka lähettää pulssintoistotaajudella  $f_{PR}$  (eli pulssintoistoajavälin  $T_{PR} = 1/f_{PR}$  välein)  $M$  kappaletta lineaarisesti taajuusmoduloituja pulsseja. Oletetaan lisäksi, että tutka ei merkittävästi liiku pulssin lähettämisen ja heijastuneen kaiun vastaanottamisen välillä (tämä oletus on pätevä mikäli pulssintoistotaajuus on suuri ja lentokoneen nopeus pieni radioaallon etenemisnopeuteen verrattuna). Lähetetyn, yhden ideaalisen pulssin vaihe käyttäytyy tällöin aikamuuttujan  $\hat{t}$  funktiona kuten

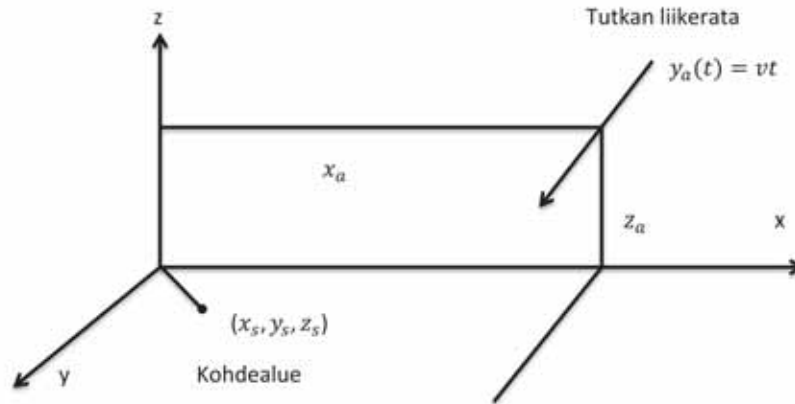
$$\phi(\hat{t}) = 2\pi f_c \hat{t} + \pi \gamma \hat{t}^2, \quad (1.1)$$

jossa  $f_c$  on kanta-aaltotaajuus ja  $\gamma = B/T_p$  on taajuuspyyhkäisyn nopeus kun  $B$  on signaalin kaistanleveys. Neliöllisen vaiheen (1.1) tapauksessa signaalin hetkellinen taajuus  $f_i = (1/2\pi)\dot{\phi}$  on lineaarinen, josta nimitys lineaarinen taajuuspyyhkäisy seuraa. Matemaattisen esityksen ja analyysin kannalta on helpointa esittää signaali kompleksimuodossa<sup>7</sup>, jolloin todellinen jännitesignaali saadaan joko kompleksiarvoisen signaalin reaali- tai imaginääriosana. Tutkan lähettämä signaali voidaan siten esittää muodossa

$$s(\hat{t}) = \Pi\left(\frac{\hat{t} - mT_{PR}}{T_p}\right) \exp [i\phi(\hat{t} - mT_{PR})], \quad (1.2)$$

<sup>6</sup>saman antennin oletetaan toimivan sekä lähettimenä että vastaanottimena

<sup>7</sup>tässä analyysi esitetään jatkuvien muuttujien ja signaalien avulla, mutta kompleksimuotoista esitystapaa on kätevää hyödyntää myös oikeasti laskennassa käytettäville ns. kvadratuurinäytteistetyille signaaleille



Kuva 1.1: SAR-kuvausgeometria lineaariselle lentoradalle.

jossa  $m = 0, \dots, M-1$ . Yhtälössä (1.2) suorakaideikkuna tuottaa signaalin amplitudimodulaation eli  $M$  suorakaiteen muotoisen pulssin kanttiaallon. Lisäksi jokaisessa pulssissa aikamuuttujasta vähennetään termi  $mT_{PR}$ , jotta kaikkien pulssien vaihemodulaatiosta tulee samanlainen. Oletetaan seuraavaksi, että antennikeilan valaisemalla kohdealueella on yksi ideaalinen, isotrooppisesti heijastava pistemäinen sirottaja paikassa  $\mathbf{r}_s = [x_s \ y_s \ z_s]^T$  (koordinaatit oletetaan vakioksi SAR-tutkan tapauksessa ja aikariippuviksi ISAR-tutkan tapauksessa). Koska vastaanotettu signaali on superpositio kaikista kohdealueella olevista sirottajista heijastuneista kaiuista ja kuvanmuodostusprosessi on lineaarinen operaatio, riittää ainoastaan yhden sirottajan heijastaman kaiun tarkasteleminen. Jätetään huomiotta kaikki heijastuneen signaalin amplitudiin liittyvät tekijät, jotka ovat analyysin kannalta epäoleellisia. Määritellään seuraavaksi ns. hidas aikamuuttuja, joka saa arvoja  $t_m = mT_{PR}$ . Tämä aikamuuttuja päivittyy aina kun lähetetään uusi pulssi, mutta pysyy muuttumattomana pulssin lähettämisen ja vastaanoton välillä.

Tutkan vastaanottama signaali on viivästynyt ja skaalattu versio lähetetystä signaalista (1.2). Viive määräytyy tutkan ja sirottajan välisestä etäisyydestä  $r_d(t_m) = \|\mathbf{r}_a(t_m) - \mathbf{r}_s\|$ . Kuvan 1.1 lineaarisen lentoradan tapauksessa tutkan paikkavektori on  $\mathbf{r}_a(t_m) = [x_a \ y_a(t_m) \ z_a]^T$ . Jättämällä taas amplitudikertoimet huomiotta vastaanotetusta signaalista tulee

$$ss(t', t_m) = \Pi\left(\frac{t' - t_d(t_m)}{T_p}\right) \exp [i2\pi f_c(t' - t_d(t_m)) + \pi\gamma(t' - t_d(t_m))^2], \quad (1.3)$$

jossa  $t' = \hat{t} - t_m$  on ns. nopea aikamuuttuja (joka saa arvoja väliltä  $0 < t' < T_{PR}$ ),  $t_d(t_m) = 2r_d(t_m)/c$  on signaalin kulkemasta kaksisuuntaisesta matkasta aiheutunut aikaviive ja  $c$  on radioaallon vakioksi oletettu etene-  
misnopeus.

Signaalin (1.3) etäisyyskompressio suoritetaan sovitetulla suodatuksella eli korreloimalla kullakin hitaan ajan hetkellä  $t_m$  vastaanotettua signaalia ideaalisen referenssisignaalin kanssa [14]. Referenssisignaalinä käytetään kopiota ideaalisesta signaalista (1.3), jonka viive  $t_0$  valitaan tyypillisesti kahdesta eri vaihtoehdosta. Viiveeksi voidaan valita vakiona pysyvä  $2r_0/c$ , jossa  $r_0 = \sqrt{x_a^2 + z_a^2}$  on lentoradan ja  $y$ -akselin välinen kohtisuora etäisyys kuvassa 1.1. Toinen vaihtoehto on valita viiveeksi kohdealueen keskipisteen etäisyyttä tutkasta vastaava viive, jolloin kuvan 1.1 lineaarisen lentoradan tapauksessa siitä tulee hitaasta ajasta riippuva  $t_0(t_m) = (2/c)\|\mathbf{r}_a(t_m)\| = 2r_0(t_m)/c$ . Näitä vaihtoehtoja nimitetään tyypillisesti ensimmäisessä tapauksessa liikekompensaatioksi viivaan ja toisessa tapauksessa liikekompensaatioksi pisteeseen [1]. Nimitys seuraa siitä, että ensimmäisessä tapauksessa valitulta viivalta heijastuneen kaiun vaihe pysyy vakiona. Vastaavasti toisessa tapauksessa valitusta pisteestä (eli kohdealueen keskipisteestä) heijastuneen kaiun vaihe pysyy vakiona. Referenssiviiveen valinta vaikuttaa siihen, että millainen etäisyyskompressoitun signaalin vaihehistoriasta tulee hitaan ajan  $t_m$  funktiona. Spotlight SAR- ja ISAR-tapauksissa käytetään tyypillisesti liikekompensaatiota pisteeseen, joten jatkossa referenssiviiveenä käytetään jälkimmäistä vaihtoehtoa  $t_0(t_m)$ .

Sovitetun suodatuksen jälkeen etäisyyskompressoitu signaali lyhyen ja hitaan ajan funktiona on muotoa

$$ss(t', t_m) = \exp[-i2\pi f_c t_{d0}(t_m)] \operatorname{sinc}[B(t' - t_{d0}(t_m))], \quad (1.4)$$

jossa  $t_{d0}(t_m) = t_d(t_m) - t_0(t_m)$ . Tämä voidaan vielä esittää vaihtoehtoisessa muodossa muuttamalla hidasta aika  $t$  jatkuvaksi muuttujaksi  $t$  kuten

$$ss(t', t) = \Pi\left(\frac{t - t_c}{T}\right) \exp[-i2\pi f_c t_{d0}(t)] \operatorname{sinc}[B(t' - t_{d0}(t))], \quad (1.5)$$

kun  $T$  on sen aikavälin pituus, jolta vastaanotetut kaiut kerätään (jota kutsutaan koherentiksi prosessointiajaksi [14]) ja  $t_c$  on hitaan ajan arvo apertuurin keskikohdassa. Korrelaation laskemisessa on hyödynnetty korrelaatio-teoremaa sekä stationäärisen vaiheen approksimaatiota (ks. Liite kohdat 6.1 ja 6.2). Yhtälössä (1.5) käytetty nopea aika  $t'$  voidaan korvata radiaalisella etäisyysmuuttujalla  $r$ , sillä  $t' = 2r/c$ . On hyödyllistä esittää signaali (1.5) myös taajuuden  $f$  ja hitaan ajan  $t$  funktiona, joka saadaan yllä olevasta ottamalla Fourier-muunnos nopean ajan  $t'$  suhteen. Tällöin saadaan (ks.



Liite kohta 6.2)

$$S_s(f, t) = \Pi\left(\frac{t - t_c}{T}\right) \Pi\left(\frac{f}{B}\right) \exp\left[-i\frac{4\pi(f + f_c)}{c}r_{d0}(t)\right], \quad (1.6)$$

jossa  $r_{d0}(t) = r_d(t) - r_0(t)$ . Yhtälössä (1.6) taajuusmuuttuja  $f$  saa arvoja ns. kantataajuuskaistalta eli  $|f| \leq B/2$ . Etäisyyskompressoitua signaalia (1.5) kiinnitetyllä hitaan ajan hetkellä kutsutaan tyypillisesti etäisyysprofiiliksi. Vastaanotettu signaali koko kohdealueelta etäisyyskompression jälkeen on siten superpositio muotoa (1.5) olevista signaaleista, joista kukin on skaalattu kohdealueen heijastuvuusfunktion arvolla. Oletetaan kohdealueen heijastuvuusjakaumaa kuvaavan funktion  $g$  olevan taajuudesta  $f$  ja katselukulmasta riippumaton sekä nolasta poikkeava ainoastaan  $(x, y)$ -tasossa. Tällöin saadaan vastaanotetun signaalin malliksi radiaalisen etäisyyden  $r = ct'/2$  ja hitaan ajan  $t$  funktiona

$$s_s(r, t) = \int \int g(x, y) \Pi\left(\frac{t - t_c}{T}\right) \exp\left[-i\frac{4\pi f_c}{c}r_{d0}(x, y; t)\right] \cdot \operatorname{sinc}\left[\frac{2B}{c}(r - r_{d0}(x, y; t))\right] dx dy, \quad (1.7)$$

jossa  $r_{d0}(x, y; t) = \|\mathbf{r}_a(t) - [x \ y \ 0]^T\| - r_0(t)$ .

Temporaalisen taajuusmuuttujan  $f$  sijasta voidaan käyttää myös spatiaalista taajuusmuuttujaa (jota kutsutaan myös aaltoluvuksi tai vaihenopeudeksi)  $k = 2\pi f/c = 2\pi/\lambda$  (joka on etäisyysmuuttujan  $r$  Fourier-duaalimuuttuja). Spatiaalisen taajuusmuuttujan käyttö on SAR-analyysissä luontevaa, sillä kuvaksi halutaan muodostaa kaksiulotteisen paikka-avaruuden funktio, joka kuvaa kohdealueen heijastuvuusjakaumaa. Vastaanotetun signaalin malliksi  $(k, t)$ -alueessa saadaan siis

$$S_s(k, t) = \int \int g(x, y) \Pi\left(\frac{t - t_c}{T}\right) \Pi\left(\frac{k}{2\pi B/c}\right) \cdot \exp[-i2(k + k_c)r_{d0}(x, y; t)] dx dy. \quad (1.8)$$

Lisäksi lineaarisen lentoradan tapauksessa hidas aika  $t$  voidaan korvata lentokoneen sivusuuntaisella sijainnilla  $y_a(t) = vt$ , kun oletetaan lentoradan olevan  $y$ -akselin suuntainen ja kun lentonopeus  $v$  on vakio. Vastaanotettu signaali on todellisuudessa näytteistetty molemmissa muuttujissa ( $k$  ja  $y_a$  tai  $t'$  ja  $t$ ). Kuvanmuodostusalgoritmeja käsiteltäessä on kuitenkin helpompaa käsitellä jatkuvien muuttujien signaalia, minkä vuoksi näin on tehty tässä luvussa. Signaalin näytteistys aiheuttaa tiettyjä käytännön rajoituksia, mutta algoritmien peruseriaatteet selviävät usein helpommin analysoimalla jatkuvaa signaalia.

## 1.4 Erottelukyvyt

Erottelukyvillä tarkoitetaan tässä yhteydessä SAR-tutkan kykyä erottaa kaksi lähekkäin olevaa ideaalista sirottajaa toisistaan. Etäisyysuunnassa erottelukyky määräytyy yksinkertaisesti käytetyn pulssin pituudesta, eli  $\Delta r = cT_p/2$ . Käyttämällä lineaarista taajuuspyyhkäisyä eli muotoa (1.1) olevaa vaihemodulaatiota saadaan pulssikompressiolla (ks. Liite kohta 6.2) vastaanotetusta kaiusta muokattua sinc-tyyppinen funktio (1.5), jonka ensimmäinen nollakohta on  $t' = 1/B$ . Siis oleellisesti alkuperäisestä  $T_p$ :n pituisesta pulssista saadaan  $(1/B)$ :n mittainen kompressoitu pulssi, jolloin etäisyserottelukyvyksi tulee  $\Delta r = c/(2B)$ . Vaihtoehtoinen tapa erottelukyvyn arvioimiseen on hyödyntää Fourier-analyysin perustuloksia. Eräs hyödyllisimmistä on ns. epämääräisyysrelaatio [15], jonka mukaan signaalin kaistanleveyden ja parhaan mahdollisen aikaerottelukyvyn välillä pätee  $B\Delta t' = 1$  (mikäli  $B$  on kaistanleveys kulmataajuusyksiköissä niin  $B\Delta t' = 2\pi$ ). Lineaarisen taajuuspyyhkäisyn kaistanleveyttä voidaan arvioida vaihemoduloidun signaalin hetkellisen taajuuden  $f_i(\hat{t}) = (1/2\pi)\dot{\phi}(\hat{t}) = f_c + \gamma\hat{t}$  avulla. Kaistanleveys on pienimmän ja suurimman hetkellisen taajuuden erotuksen itseisarvo<sup>8</sup>, eli  $B = |f_i(T_p) - f_i(0)|$  (tämän takia asetettiin  $\gamma = B/T_p$ ). Koska  $t' = 2r/c$ , saadaan myös epämääräisyysrelaatiosta tulos  $\Delta r = c/(2B)$ .

Etäisyyskompression jälkeen kohdealueen keskipisteestä  $\mathbf{r}_s = \mathbf{0}$  heijastuneen kaiun vaihe muuttuu tutkan sivusuuntaisen koordinaatin  $y_a = vt$  funktiona yhtälön (1.5) perusteella kuten<sup>9</sup>

$$\phi(y_a) = -2k_c(\sqrt{r_0^2 + y_a^2} - r_0), \quad (1.9)$$

jossa  $k_c = 2\pi/\lambda_c = 2\pi f_c/c$ . Signaali on siis vaihemoduloitu hitaassa ajassa, joka mahdollistaa sen amplitudiverhokäyrän kompressoimisen apertuurin suuntaisessa ulottuvuudessa huomattavasti kapeammaksi kuin käytetyn antennin antennikuvion leveys. Toisin sanottuna hyvä erottelukyky apertuurin suunnassa vastaa kapeaa antennikeilaa, joka voidaan muodostaa signaalissa olevan vaihemodulaation (1.9) avulla. Kaistanleveyttä apertuurin suuntaisessa ulottuvuudessa voidaan arvioida vastaavasti kuin yllä, nyt hetkellinen aaltoluku on

$$\frac{\partial \phi}{\partial y_a} = \phi'(y_a) = -\frac{2k_c y_a}{\sqrt{r_0^2 + y_a^2}}, \quad (1.10)$$

<sup>8</sup>tämä on approksimaatio, joka jättää signaalin äärellisen aikakeston eli amplitudiverhokäyrän vaikutuksen huomiotta

<sup>9</sup>oletetaan tässä liikekompensaatio viivaan, sama lopputulos pätee myös liikekompensaatiolle pisteeseen

joten kaistanleveydeksi saadaan

$$B_{k_y} = \left| \phi' \left( \frac{L}{2} \right) - \phi' \left( -\frac{L}{2} \right) \right| = \frac{2k_c L}{\sqrt{r_0^2 + \left( \frac{L}{2} \right)^2}}. \quad (1.11)$$

Epämääräisyysrelaatio sivuttaiserottelukyvylle  $\Delta y$  on nyt  $B_{k_y} \Delta y = 2\pi$ , eli

$$\Delta y = \frac{\lambda_c \sqrt{r_0^2 + \left( \frac{L}{2} \right)^2}}{2L}. \quad (1.12)$$

Määritellään seuraavaksi atsimuuttikulmamuuttuja  $\theta = \arctan(y_a/r_0)$ . Atsimuuttikulman muutokseksi apertuurin alku- ja loppupisteen välillä saadaan kuvausgeometrian 1.1 perusteella

$$\theta_{tot} = 2 \arcsin \left( \frac{L/2}{\sqrt{r_0^2 + \left( \frac{L}{2} \right)^2}} \right), \quad (1.13)$$

joten sivuttaiserottelukyky (1.12) voidaan kirjoittaa myös muodossa

$$\Delta y = \frac{\lambda_c}{4 \sin \left( \frac{\theta_{tot}}{2} \right)}. \quad (1.14)$$

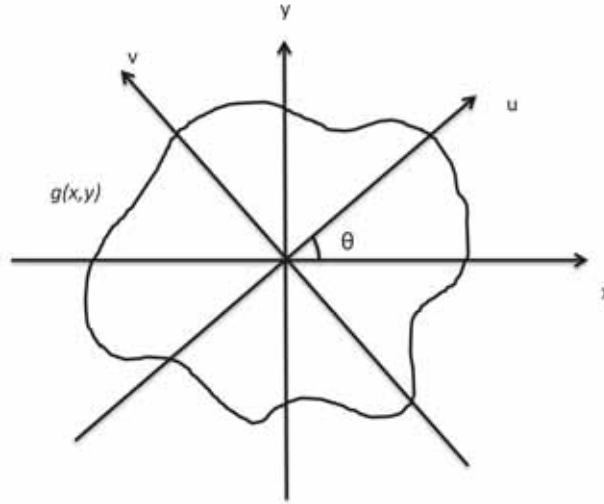
Pienellä kulmamuutoksella voidaan approksimoida  $\Delta y \approx \lambda_c / (2\theta_{tot})$ . On syytä todeta, että yhtälö (1.14) antaa teoreettisen alarajan sivuttaiserottelukyvylle. Todellisessa tilanteessa (lentokoneesta suoritettavassa SAR-kuvauksessa tai yhteistyöhaluttoman ISAR-kohteen kuvantamisessa) liikerata joko poikkeaa ideaalisesta suorasta lentoradasta  $r_a$  tai on muuten tuntematon, jolloin liikekompensaation onnistuminen vaikuttaa saavutettavaan todelliseen erottelukykyyn.

## 1.5 Polar format-algoritmi

### 1.5.1 Projektioviipaletoreema

Polar format-algoritmi (PFA) perustuu Fourier-analyysistä tunnetun projektioviipaletoreeman (*projection-slice theorem*) hyödyntämiseen [2, 9]. Menetelmän kannalta oleellinen käsite on projektiofunktio, joka määritellään seuraavasti. Olkoon  $(u, v)$  koordinaattisysteemi, joka saadaan karteesisesta  $(x, y)$  systeemistä rotaatiolla kuvan 1.2 mukaisesti, eli

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}. \quad (1.15)$$



Kuva 1.2: Projektioviipaateoreeman määrittelyssä käytetyt koordinaattisysteemit. Mustalla viivalla on rajattu alue, jossa heijastuvuusfunktio  $g$  on nolosta poikkeava.

Tällöin funktion  $g = g(x, y)$  projektiofunktioksi kulmalla  $\theta$  määritellään

$$p_{\theta}(u) = \int g(x(u, v), y(u, v)) dv. \quad (1.16)$$

Projektiofunktio (1.16) koostuu siis funktion  $g$  viivaintegraaleista, jotka lasketaan kullekin  $u$ :n arvolle pitkin  $u$ -akselia vastaan kohtisuorassa olevia,  $v$ -akselin kanssa yhdensuuntaisia viivoja.

Projektioviipaateoreema antaa relaation projektiofunktion  $p_{\theta}$  Fouriermuunnoksen ja funktion  $g$  kaksiulotteisen Fourier-muunnoksen välille. Teoreeman nimen mukaisesti projektiofunktion Fourier-muunnos vastaa viipaletta alkuperäisen funktion kaksiulotteisesta Fourier-muunnoksesta. Viipaleten sijainnin kaksiulotteisessa taajuusalueessa määrittää kulma  $\theta$ . Projektioviipaateoreeman mukaan [9] (todistus Liitteessä kohdassa 6.3)

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{u \rightarrow k_u} \{p_{\theta}(u)\} &= \int p_{\theta}(u) e^{-ik_u u} du \\ &= \int \int g(x, y) e^{-i(k_u x \cos \theta + k_u y \sin \theta)} dx dy = G(k_u \cos \theta, k_u \sin \theta). \end{aligned} \quad (1.17)$$

Yhtälössä (1.17)  $k_u$  on spatiaalisen muuttujan  $u$  Fourier-duaalimuuttuja ja  $G(k_x, k_y) = \mathcal{F}_{x \rightarrow k_x} \{ \mathcal{F}_{y \rightarrow k_y} \{g(x, y)\} \}$ . Kun merkitään muuttujien  $(x, y)$

Fourier-duaalimuuttujiksi  $(k_x, k_y)$ , pätevät relaatiot  $k_x = k_u \cos \theta$  ja  $k_y = k_u \sin \theta$ . Siis yhtälön (1.17) mukaan projektiofunktion Fourier-muunnos vastaa alkuperäisen funktion kaksiulotteista Fourier-muunnosta samansuuntaisella (ja taajuusalueen origon läpi kulkevalla) suoralla, jonka suhteen projektiofunktio lasketaan paikka-avaruudessa.

Polar format-algoritmissa ideana on tulkita kunkin etäisyysprofiilin kuvaavan kohdealueen heijastuvuusjakauman projektiofunktiota. Tällöin etäisyysmuuttuja  $r$  vastaa projektioviipaletoreeman määritelmässä (1.17) ja kuvassa 1.2 käytettyä muuttujaa  $u$ . Merkitään lisäksi etäisyysmuuttujan  $r$  Fourier-duaalimuuttujaksi spatiaalinen taajuusmuuttuja  $k_r$ . Koordinaattisysteemien määrittelyn takia on oleellista, että etäisyyskompressoitu signaali on liikekompensoitu pisteeseen. Tämä siksi, että projektiofunktion määrittävä koordinaattisysteemi saadaan tällöin kuvan 1.2  $(x, y)$ -systeemistä rotaatiolla (6.23). Lisäksi on oletettava, että tutkan lähettämä aaltorintama on tasomainen koko kohdealueella. Tämä siksi, että projektiofunktion määritelmän (1.16) mukaan integrointi suoritetaan aina suoraa viivaa pitkin. Todellisuudessa aaltorintamat ovat pallomaisia, joten tämä oletus asettaa rajoituksen kohdealueen koon ja kuvausetäisyyden välille.

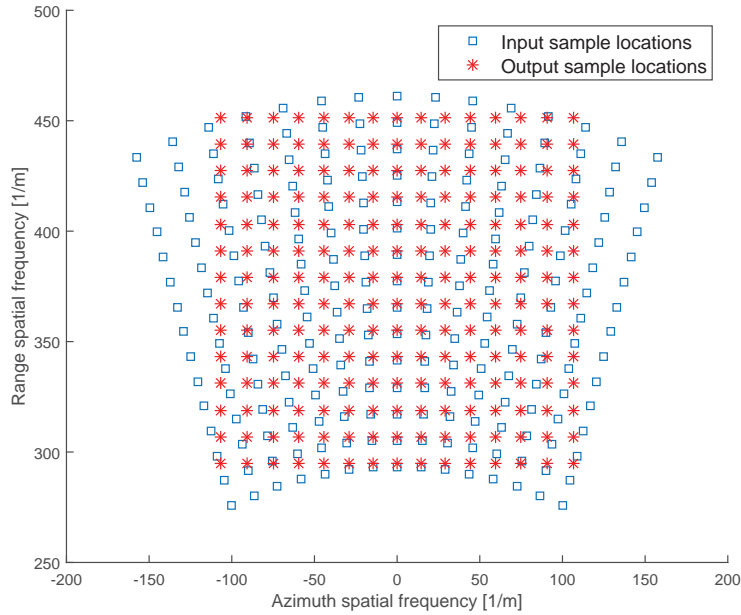
Oletetaan, että kohdealueen heijastuvuusjakaumaa kuvaa (jatkuva) funktio  $g$ . Kuten kohdassa 1.3 on todettu, vastaanotettu signaali saadaan funktiolla  $g$  skaalattujen kaikujen superpositiona, eli muodossa (1.7). Yhtälöä (1.8) ja tasoaalto-oletusta hyödyntämällä saadaan vastaanotetuksi signaaliksi spatiaalisen taajuuden  $k_r$  ja hitaan ajan  $t$  funktiona

$$S_s(k_r, t) = \int p_{\theta(t)}(r) \exp[-i2k_r r] dr, \quad (1.18)$$

jossa  $p_{\theta(t)}(r)$  on heijastuvuusfunktion  $g$  projektiofunktio (1.16) kulmalla  $\theta(t)$  ja integrointi käy yli antennikuvion valaiseman maanpinnan alueen etäisyysnassa. Kulma  $\theta$  on kohdassa 1.4 määritelty atsimuuttikulma. Yhtälöstä (1.18) huomataan, että se on samaa muotoa kuin projektiofunktion  $p$  spatiaalinen Fourier-muunnos eli  $S_s(k_r, t) = \mathcal{F}_{r \rightarrow 2k_r} \{p_{\theta(t)}(r)\}$ . Näin ollen kunkin etäisyysprofiilin Fourier-muunnos vastaa kohdealueen heijastuvuusfunktion  $g$  projektiofunktion Fourier-muunnosta. Projektioviipaletoreeman mukaan kukin näistä vastaa tiettyä viipaletta heijastuvuusfunktion  $g$  kaksiulotteisesta Fourier-muunnoksesta. Siis projektioviipaletoreemaa (1.17) hyödyntäen saadaan

$$\begin{aligned} S_s(k_r, t) &= \int \int g(x, y) e^{-i2(k_r x \cos \theta(t) + k_r y \sin \theta(t))} dx dy \\ &= G(2k_r \cos \theta(t), 2k_r \sin \theta(t)). \end{aligned} \quad (1.19)$$

Etäisyysprofiilien Fourier-muunnokset siis määrittävät kaksiulotteisessa taajuusalueessa heijastuvuusfunktion Fourier-muunnoksen  $G(k_x, k_y)$  arvoja vii-



Kuva 1.3: Näytesteet napakoordinaattimuodossa ennen uudelleennäytteistystä (siniset laatikot) sekä uudelleennäytteistyksessä käytetty karteesinen ruudukko (punaiset tähdet). Pysty akselin muuttuja on  $k_x$  ja vaakakselin  $k_y$ .

voilla, jotka kulkevat taajuusalueen origon läpi ja joiden suunta määräytyy kulman  $\theta(t)$  perusteella. Koska tutka käyttää kantoaaltoaajuutta  $k_c = 2\pi f_c/c$ , äärellistä taajuuskaistaa  $B$  ja kerää pulssit äärellisellä kulmavälillä  $\theta(t_M) - \theta(t_1) = \theta_{tot}$ , saavat näytesteet muodostavat napakoordinaattimaisen ruudukon taajuusalueessa kuvan 1.3 sinisellä merkityn pistejoukon mukaisesti.

## 1.5.2 Uudelleennäytteistys

Projektiivipaaleteoreeman mukaan saamme siis muodostettua arvion heijastuvuusfunktiolle  $g$  (eli SAR-kuvan) ottamalla käänteisen kaksiulotteisen Fourier-muunnoksen signaalista (1.18). Ongelmana on kuitenkin se, että signaalin  $ss$  ollessa tasavälisesti näytteistetty sekä etäisyydessä että hitaassa ajassa näytesteet eivät ole tasavälisesti näytteistettyjä muuttujissa  $k_x$  ja  $k_y$ . Jotta käänteinen Fourier-muunnos voidaan laskea hyödyntäen laskenta-tehokasta FFT-algoritmia, on signaali uudelleennäytteistettävä tasaväliseksi näissä karteesissa taajuusmuuttujissa. Käänteinen Fourier-muunnos voi-

daan toki laskea suoraan napakoordinaattimuodossa oleville näytepisteille, mutta tällöin se ei ole separoituva<sup>10</sup> ja laskennasta tulee hyvin raskasta.

Mikäli alkuperäinen signaali on näytteistetty Nyquistin kriteerin mukaan<sup>11</sup>, voidaan signaali teoreettisesti interpoloida mielivaltaiseen tarkkuuteen. Näytteenottoteoreeman seurauksena ideaalinen interpolaatio suoritetaan alipäästösuodattamalla signaalin Fourier-muunnoksesta<sup>12</sup> näytteistykseen aiheuttamat kopiot pois. Aika-alueessa ideaalinen alipäästösuodatus vastaa siten konvoluutiota sinc-tyyppisen funktion kanssa. Käytännössä sinc-funktiosta on käytettävä äärellisen pituista approksimaatiota. Lisäksi laskeutunutta energiaa pyritään vähentämään painottamalla sinc-funktiota sopivalla ikkunafunktiolla.

Oletetaan, että alkuperäinen signaali on tasavälisesti näytteistetty muuttujassa  $k_r = 2\pi(f + f_c)/c$ . Lineaarisen lentoradan, lentokoneen vakionopeuden ja vakiona pysyvän pulssintoistotaajuuden tapauksessa signaali on tasavälisesti näytteistetty atsimuuttikulman  $\theta$  tangentissa. Alkuperäiset näytepisteet karteesisessa muodossa saadaan koordinaattimuunnoksella  $k_x = k_r \cos \theta$  ja  $k_y = k_r \sin \theta$ . Tämän jälkeen on valittava taajuusalueesta karteeminen ruudukko, johon signaali interpoloidaan. Tämä ruudukko on syytä valita siten, että se jää kokonaan alkuperäisen näytepistejoukon sisäpuolelle. Uudelleennäytteistyksessä valitaan lisäksi uuden ruudukon näytteistysvälit  $\Delta k_x$  ja  $\Delta k_y$ . Näytteenottoteoreeman mukaisesti nämä arvot määrittävät muodostetun kuva-alueen koon spatiaalisessa  $(x, y)$ -alueessa. Lisäksi erottelukyvyyt spatiaalisissa muuttujissa  $(x, y)$  määräytyvät Fourier-analyysistä tunnettujen epämääräisyysrelaatioiden mukaisesti [15], eli  $\Delta x = 2\pi/B_{k_x}$  ja  $\Delta y = 2\pi/B_{k_y}$ . Nyt voidaan approksimoida  $B_{k_x} \approx 4\pi B/c$  ja  $B_{k_y} \approx 4\pi f_c \theta_{tot}/c$ , joten erottelukyvyyille saadaan tutut relaatiot  $\Delta x = c/(2B)$  ja  $\Delta y = c/(2f_c \theta_{tot})$ .

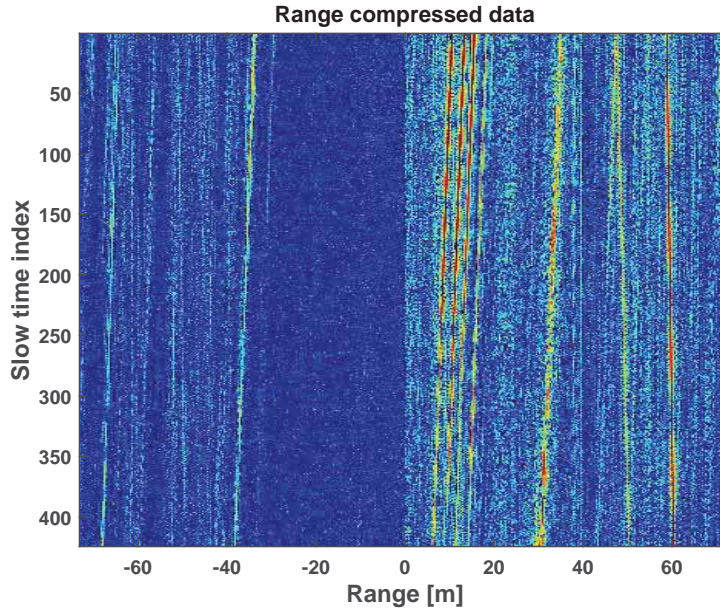
### 1.5.3 Esimerkki

Kuvassa 1.4 on SAR-tutkan vastaanottaman etäisyyskompressoitun signaalin intensiteetti. Signaali on kerätty spotlight-toimintamuodossa X-taajuus-alueella [8] ja se on liikekompensoitu pisteeseen. Kuvassa 1.4 atsimuuttikulman muutos ensimmäisen ja viimeisen etäisyysprofiilin välillä on noin 8 astetta ja etäisyserottelukyky noin 20 cm (tutka on käyttänyt lineaarista taajuuspyyhkäisyä jonka kaistanleveys on 660 MHz). Kuvaan

<sup>10</sup>eli muunnosta ei voida laskea kahtena peräkkäisenä yksiulotteisena operaationa

<sup>11</sup>eli näytteenottotaajuus on suurempi kuin signaalin kaistanleveys kvadratuurinäytteistetyn signaalin tapauksessa

<sup>12</sup>tai käänteisestä Fourier-muunnoksesta, riippuen siitä interpoloidaanko signaalia taajuus- vai aika-alueessa



Kuva 1.4: Etäisyyskompressoitujen tutkadataan intensiteetti logaritmisella skaalalla.

1.5 on laskettu etäisyyskompressoitujen signaalista 1.4 SAR-kuva PFA-algoritmeilla. Kuvassa 1.5 näkyy parkkialue, jolle on parkkeerattuna useita ajoneuvoja. Lisäksi kuvasta erottuu voimakas pistemäinen heijastin parkkialueen yläpuolelta. PFA:ssa interpolaatio on suoritettu kahdessa vaiheessa. Ensimmäisen vaiheen jälkeen näytipisteet ovat tasavälisiä  $k_x$ -muuttujassa ja toisen vaiheen jälkeen myös  $k_y$ -muuttujassa. Molemmat interpolaatiot on laskettu katkaistulla ja Hamming-painotetulla sinc-suodattimella.

## 1.6 Takaisinprojektio

Täsmällinen tapa laskea SAR-kuva on muodostaa kullekin erottelualkiolle  $(x, y)$  ideaalinen referenssisignaali (1.6) ja korreloida tätä tutkan vastaanottaman signaalin kanssa. Referenssisignaali spatiaalisen taajuuden  $k$  ja hitaan ajan  $t$  funktiona on yhtälön (1.5) perusteella muotoa

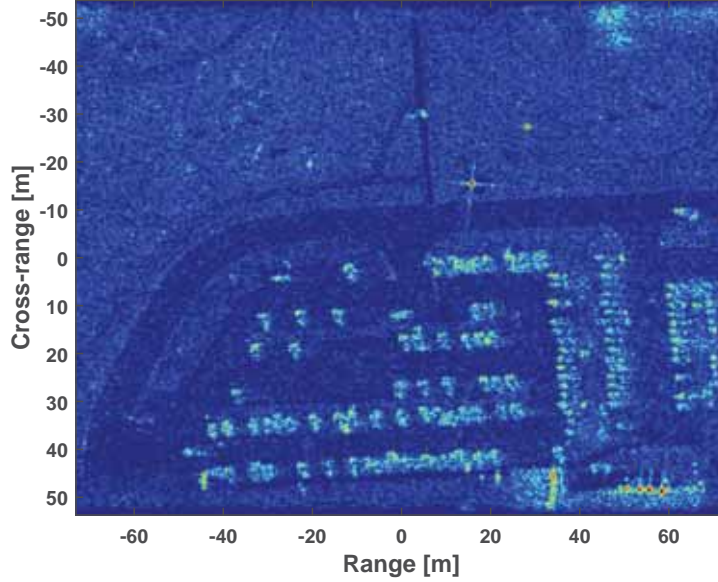
$$Ss(x, y; k, t) = \exp[-i2(k + k_c)r(x, y; t)], \quad (1.20)$$

jossa

$$r(x, y; t) = \|[x \ y \ z_h]^T - [x_a \ y_a(t) \ z_a]^T\| - r_0(t) \quad (1.21)$$

on erottelualkion  $(x, y)$  etäisyys tutkasta hitaan ajan  $t$  funktiona kun  $z_h$  on valitun kuvatasen vakiokorkeus. Näin ollen heijastuvuusfunktion arvo erot-





Kuva 1.5: PFA:lla muodostettu SAR-kuva.

telualkiossa  $(x, y)$  saadaan korrelaatiointegraalista

$$g(x, y) = \int \int Ss(k, t) Ss^*(x, y; k, t) dk dt. \quad (1.22)$$

Sijoittamalla  $Ss(k, t) = \mathcal{F}_{r \rightarrow k} \{ss(r, t)\}$  ja  $Ss(x, y; k, t) = \mathcal{F}_{r \rightarrow k} \{ss(x, y; r, t)\}$  yhtälöön (1.22) saadaan

$$\begin{aligned} g(x, y) &= \int \int \left[ \int ss(r, t) e^{-ikr} dr \right] \left[ \int ss(x, y; r', t) e^{-ikr'} dr' \right]^* dk dt \\ &= \int \int \int \left[ \int e^{-ik(r-r')} dk \right] ss(r, t) ss^*(x, y; r', t) dr dr' dt \\ &= \int \int \int \delta(r - r') ss(r, t) ss^*(x, y; r', t) dr dr' dt \\ &= \int \int ss(r, t) ss^*(x, y; r, t) dr dt. \end{aligned} \quad (1.23)$$

Korrelaatio voidaan siis laskea yhtä hyvin  $(k, t)$  tai  $(r, t)$  alueessa. Yhtälöiden (1.22) ja (1.23) käyttäminen SAR-kuvanmuodostuksessa on kuitenkin laskennallisesti erittäin raskasta, sillä jokaiseen erottelualkioon on laskettava kaksiulotteinen korrelaatiointegraali. Laskentaa voidaan hieman keventää kun asetetaan ideaaliseksi referenssisignaaliiksi  $ss(x, y; r, t) = \delta(r -$

$r(x, y; t) \exp(-i2k_c r(x, y; t))$ , joka sijoittamalla korrelaatiointegraaliin (1.23) saadaan ns. takaisinprojektiointegraali [11]

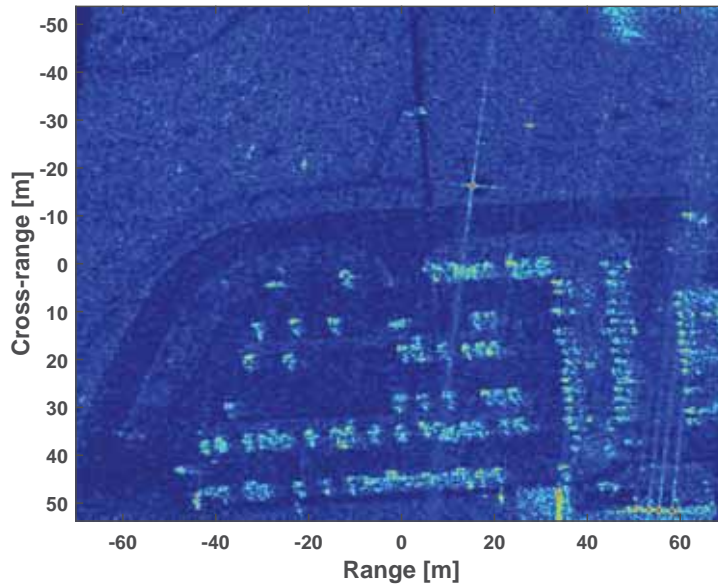
$$g(x, y) = \int ss(r(x, y; t), t) \exp\{i2k_c r(x, y; t)\} dt. \quad (1.24)$$

Takaisinprojektiointegraalia voidaan tulkita myös seuraavalla tavalla. Etäisyyskompressoitujen signaalien arvo kiinnitetyllä etäisyyden  $r$  arvolla vastaa heijastuvuusfunktion  $g$  käyräintegraalia pitkin vakioetäisyyttä tutkasta kuvaavaa käyrää. Takaisinprojektiiossa otetaan huomioon tämä aaltorintaman kaareva luonne toisin kuin tasoalto-oletukseen perustuvassa PFA:ssa. Takaisinprojektiointegraali (1.24) kerää kuhunkin erottelualkioon kustakin etäisyysprofiilista sen näytteen, jonka etäisyys vastaa tutkan ja erottelualkion välistä etäisyyttä (1.21) kyseisellä ajanhetkellä. Kukin etäisyysprofiilin näyte siis sijoitetaan kaksiulotteisessa paikka-avaruudessa aina takaisin sille käyrälle, jota pitkin kohdealueen heijastuvuusfunktio on integroitu kyseiseen näytteeseen<sup>13</sup>. SAR-kuvan erottelualkioiden arvot (1.24) saadaan aikaiseksi summaamalla kaikki tällä tavalla tehdyt takaisinprojektiot koherentisti yhteen. Ennen summausta suoritetaan vaihekorjaus erottelualkion ja tutkan välisen etäisyyden  $r_{x,y}$  perusteella. Vaihekorjauksen tarpellisuus ennen summausta huomataan yhtälöstä (1.5), tarkoituksena on saada erottelualkiosta heijastuneet kaiut summautumaan koherentisti yhteen takaisinprojektiointegraalissa (1.24).

Koska etäisyyskompressoitu signaali on näytteistetty, vaatii takaisinprojektion suorittaminen interpolaation. Tämä siksi, että erottelualkion  $(x, y)$  täsmällinen etäisyys (1.21) tutkasta ei vastaa täsmällisesti mitään etäisyysprofiilin etäisyysnäytettä. Laskennallisesti tehokas tapa interpolaation suorittamiseen on ensiksi reilusti ylinäytteistää etäisyysprofiilit etäisyysmuuttujassa  $r$ , jonka jälkeen takaisinprojektiointegraalissa (1.24) tarvittavat näytteet saadaan riittävällä tarkkuudella esimerkiksi lineaarisella interpolaatiolla. Signaalien ylinäytteistys voidaan suorittaa tehokkaasti hyödyntäen nopeaa FFT-algoritmia. Käytännössä tämä tehdään siten, että signaalien diskreettiin Fourier-muunnokseen lisätään nollia (eli tyhjää taajuuskaistaa), jonka seurauksena aika-alueen signaalien näytteistysvälistä tulee hienojakoisempi käänteisen diskreetin Fourier-muunnoksen jälkeen.

Takaisinprojektion ja täsmällisen sovitetun suodatuksen etuna on se, että niiden toteuttaminen ei vaadi lineaarisesta lentorataa tai tasavälisesti (lentoradan suuntaisessa paikka-avaruuden ulottuvuudessa) näytteistettyä signaalia. Yhtälöissä (1.24) ja (1.21) tämä tarkoittaa sitä, että kuvanmuodostus takaisinprojektiolla on mahdollista, vaikka tutkan koordinaatit  $x_a, y_a$  ja

<sup>13</sup>tästä syystä menetelmää kutsutaan takaisinprojektioksi



Kuva 1.6: Takaisinprojektiolla muodostettu SAR-kuva.

$z_a$  olisivat mielivaltaisia (joskin tunnettuja) hitaan ajan funktiota. Toinen etu on se, että kuvan koordinaattisysteemi voidaan valita vapaasti, joskin antennikuvion valaisemalta alueelta. Tämä mahdollistaa SAR-kuvan laske-  
 misen esimerkiksi suoraan digitaalisen korkeusmallin mukaiseen koordi-  
 naatistoon. Takaisinprojektion aiheuttamaa laskennallista taakkaa voidaan  
 lisäksi helpottaa hyödyntämällä rinnakkaislaskentaa. Esimerkiksi kaikki ta-  
 kaisinprojektiot voidaan laskea rinnakkain, jonka jälkeen ne integroidaan  
 yhtälön (1.24) mukaisesti. Toinen vaihtoehto on laskea rinnakkain eri erot-  
 telualkioihin tulevat arvot  $g(x, y)$ , jonka yhtälö (1.24) mahdollistaa.

Kuvaan 1.6 on laskettu SAR-kuva etäisyyskompressoidusta signaalis-  
 ta 1.4 takaisinprojektiolla (1.24). Etäisyysprofiilit on ensin ylinäytteistetty  
 FFT-algoritmia hyödyntämällä siten, että näytteenottotaajuus on kymmen-  
 nen kertaa Nyquistin taajuus. Tämän jälkeen takaisinprojektiointegraalissa  
 (1.24) tarvittavat näytteet on saatu lineaarisella interpolaatiolla.

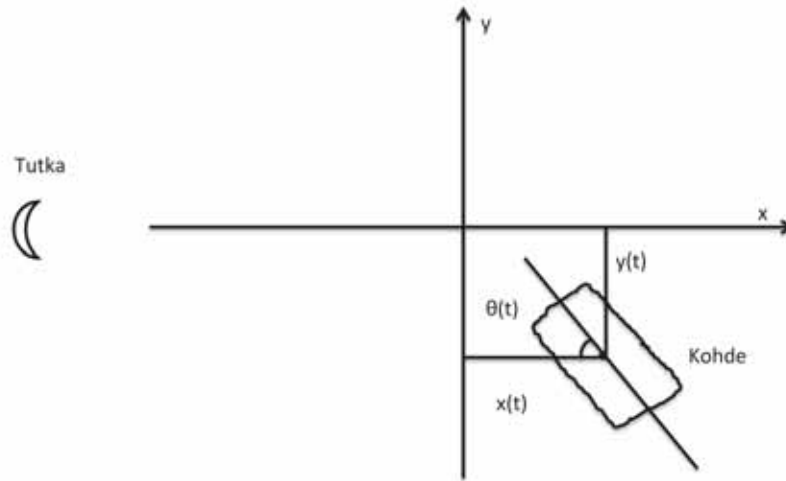
## 2 Karkea liikekompensaatio

### 2.1 Johdanto

Tässä luvussa käsiteltävän karkean liikekompensaation tarkoituksena on kompensoida tutkan vastaanottamasta signaalista kaikille kuva-alueen erottelualkioille yhteiset liikkeet, jotka ovat yhtä etäisyserottelualkiota suurempia. Lähtökohtaisesti esitetyt menetelmät on suunniteltu yhteistyöhaluttomien ISAR-kohteiden liikekompensaatioon. On kuitenkin syytä todeta, että myös SAR-tutkan tapauksessa osaa näistä menetelmistä voidaan hyödyntää, mikäli tutkan liikerataa ei tunneta etäisyserottelualkion tarkkuudella.

Havainnollistetaan translatorisen liikekompensaation tarvetta ja ISAR-kuvanmuodostusta yhteistyöhaluttoman kohteen tapauksessa yksinkertaisella esimerkillä. Oletetaan yksinkertaisuuden vuoksi, että tutkittava kohde liikkuu kaksiulotteisessa tasossa kuvan 2.1 mukaisesti tutkan ollessa paikallaan. Tällöin kullakin hitaan ajan hetkellä kohteella on kolme vapausastetta: Sen geometrisen keskipisteen sijainti kaksiulotteisessa paikka-avaruudessa ja sen kulma-asento johonkin valittuun sen geometrisen keskipisteen kautta kulkevaan akseliin nähden. Kuvitellaan nyt, että korkeaan etäisyserottelukykyyn kykenevä tutka muodostaa aikasarjan yksiulotteisia etäisyysprofiileja kohteesta sen liikkeessa. Tällöin vastaanotettu signaali on superpositio yhtälön (1.5) kaltaisista kohteen heijastuvuusfunktiolla skaalatuista signaaleista. Tutkittavan kohteen liikkeessa mielivaltaisesti tänä aikana sen geometrisen keskipisteen paikka  $\mathbf{r}_p(t) = [x(t) \ y(t)]^T$  ja kulma-asento  $\theta(t)$  muuttuvat (ks. kuva 2.1). Yhden etäisyysprofiilin sisällä hitaan aikan muuttujan oletetaan pysyvän vakiona ja kohteen oletetaan pysyvän kunkin etäisyysprofiilin muodostamisen aikana paikallaan.

Jotta etäisyyskompressoidusta signaalista (1.5) päästään eteenpäin, on kohteen liike hyödyllistä jakaa kahteen osaan. Ensimmäinen osa on mielivaltaisen kohteessa sijaitsevan pisteen  $\mathbf{r}_p$  liike tarkasteltavassa tasossa. Toinen osa on kohteen näennäinen pyörimisliike pisteen  $\mathbf{r}_p$  ympäri. Piste  $\mathbf{r}_p$  pyritään ISAR-kuvanmuodostuksessa valitsemaan siten, että se vastaa kohteen geometrista keskipistettä. Jotta etäisyyskompressoidusta signaalista saadaan laskettua haluttu kuva eli kohdealueen heijastuvuusjakautmaa kuvaava funktio, tarvitaan jotakin signaalissa (1.5) olevaa informaatiota, jonka avulla voidaan erottaa sirottajia karteesisen  $y$ -akselin suunnassa. Tämä tarvittava informaatio on kullekin erottelualkiolle erilainen etäi-



Kuva 2.1: ISAR-geometria.

syyskäyttäytyminen  $r(t) = \|\mathbf{r}(t)\|$  hitaan ajan funktiona. Koska SAR-tapauksessa tutkan liikerata kyetään mittaamaan, kuvanmuodostukseen tarvittava etäisyyskäyttäytyminen on hyödynnettävissä, jolloin heijastuvuusjakaumaa voidaan arvioida esimerkiksi takaisinprojektiointegraalilla (1.24). Sen sijaan (yhteistyöhaluttomassa) ISAR-tapauksessa kohteen liikerata ei ole tiedossa a priori, jolloin kuvanmuodostus ei ole yhtä suoraviivaista.

ISAR-tutkan tapauksessa kohteen translatorisen liikkeen (eli pisteen  $\mathbf{r}_p$  liikkeen) aiheuttama muutos tutkan ja kunkin erottelualkion  $\mathbf{r}$  väliseen kaksisuuntaiseen etäisyyteen on likimain sama. Tämä oletus pätee sitä paremmin mitä pienempi kohde on ja mitä kauempana tutkasta se sijaitsee. Translaatioliikkeen kompensointi tarkoitusena on saada pisteestä  $\mathbf{r}_p$  heijastuneen kaiun vaihehistoria hitaasta ajasta riippumattomaksi vakioksi. Tämä tehdään sen vuoksi, että kaikille erottelualkioille samanlaiset etäisyysmuutokset eivät tuota sivusuuntaisen kuvanmuodostuksen kannalta hyödyllistä vaiheinformaatiota. Sen sijaan kohteen kulma-asennon  $\theta$  muutos tuottaa kullekin erottelualkiolle erilaisen etäisyyskäyttäytymisen, jota voidaan hyödyntää kuvanmuodostuksessa. Yllä tehdyin oletuksin translaatioliikkeen kompensointi voidaan suorittaa siirtämällä kutakin etäisyysprofiliä etäisyys suunnassa oikealla tavalla ( $\|\mathbf{r}_p(t)\|$ ) ennen sivusuuntaista kuvanmuodostusta. Näiden siirtojen jälkeen vastaanotetun signaalin vaihehistoriaan vaikuttaa ainoastaan kulma-asennon muutoksen aiheuttava näennäinen pyörimisliike  $\theta(t)$ . Koska etäisyyskompressoitu signaali  $ss$  on näytteistetty, on etäisyys suunnassa tehtävä siirto järkevintä suorittaa hyödyntämäl-

lä Fourier-muunnoksen siirto-ominaisuutta. Tämä siksi, että  $(r, t)$  alueessa siirto jouduttaisiin suorittamaan joko etäisyysnäytevälin kokonaislukumonikertana tai interpoloimalla. Siirretty profiili  $s(r + \Delta r, t)$  saadaan mielivaltaiselle etäisyyssiirrolle  $\Delta r$  kuten

$$ss(r + \Delta r, t) = \mathcal{F}_{k \rightarrow r}^{-1} \{ \exp(ik\Delta r) \mathcal{F}_{r \rightarrow k} \{ ss(r, t) \} \}. \quad (2.1)$$

Kun jatkossa puhutaan etäisyysprofiilien siirtämisestä ja käytetään merkintää  $ss(r + \Delta r, t)$ , tarkoitetaan sillä yhtälön (2.1) mukaista operaatiota.

Vaikka translatorisen liikkeen kompensatio eli funktion  $r_p(t) = ||\mathbf{r}_p(t)||$  estimoiminen on periaatteessa mahdollista suorittaa yhdessä vaiheessa, osoitautuu helpommaksi jakaa se kahteen osaan. Tämä on myös yleisin alan kirjallisuudessa esiintyvä käytäntö [4, 5, 16]. Syy tähän on siinä, että korjattavien liikkeiden ollessa etäisyyserotelualkiota suurempia yksivaiheisesta menetelmästä tulee laskennallisesti hyvin raskas. Esimerkiksi tässä työssä käytetty optimointiratkaisu voitaisiin muotoilla siten, että se suoritetaan yhdessä vaiheessa. Toistaiseksi optimoitavaa kohdefunktiota ei ole kuitenkaan kyetty määrittelemään siten, että ongelma olisi laskennallisesti mielekäs. Tämä johtuu siitä, että kaikki käytetyt kohdefunktiot vaativat globaalia optimointia ongelman hakuvaruudessa, joka on yleisessä tapauksessa  $M$ -ulotteinen (kun  $M$  on etäisyysprofiilien lukumäärä). Tästä syystä ensimmäisessä vaiheessa pyritään ainoastaan karkeaan liikekompensatioon, jonka tarkoituksena on kompensoida etäisyyserottelua suuremmat translatoriset liikkeet. Karkeassa liikekompensaatiossa käytettävät kohdefunktiot voidaan laskea muodostamatta lopullista ISAR-kuvaa, joka helpottaa huomattavasti vaadittavan globaalien optimoinnin laskennallista taakkaa. Jako kahteen vaiheeseen on erityisen kannattavaa siksi, että lopullinen ja tarkka translaatioliikkeen kompensatio voidaan tehdä tehokkaasti joko vaihegradienttimenetelmällä (ks. kohta 3.2) tai kontrastin optimoinnilla (ks. kohta 3.3), joita käsitellään luvussa 3.

## 2.2 Yksiulotteinen optimointimenetelmä

Otetaan karkean liikekompensaation lähtökohdaksi se, että tutkitaan aina kahden peräkkäisen etäisyysprofiilin  $|ss(r, t_m)|$  ja  $|ss(r, t_{m+1})|$  samanlaisuutta. Toiseen profiiliin tehtävän etäisyys siirron  $\Delta r$  ollessa kohdallaan peräkkäiset etäisyysprofiilit ovat lähes identtisiä, joten valitaan seuraavaksi jokin tätä identtisyyttä kuvaava mittari, jonka perusteella optimaalista etäisyys siirtoa etsitään. Tämä lähestymistapa on siis optimointia, jossa reaaliarvoisena kohdefunktiona  $L : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  on valittu peräkkäisten etäisyysprofiilien samankaltaisuutta kuvaava mittari ja muuttujana etäisyysprofiilien

välinen etäisyssiirto  $\Delta r$ . Optimointiteoriassa tyypillisesti käsitellään vain minimointiongelmiä, sillä maksimointiongelma voidaan triviaalisti muuttaa minimointiongelmaksi vaihtamalla kohdefunktioksi  $L' = -L$ .

Esitetään seuraavaksi muutama mahdollinen kohdefunktio optimaalisen etäisyssiirron määrittämiseksi. Ensimmäinen vaihtoehto on summaprofilin  $p(r, \Delta r) = |ss(r, t_m)| + |ss(r + \Delta r, t_{m+1})|$  kontrasti, joksi määritellään sen keskihajonnan ja keskiarvon suhde [4]

$$L(\Delta r) = -\frac{\sqrt{\langle (p(r, \Delta r) - \langle p(r, \Delta r) \rangle)^2 \rangle}}{\langle p(r, \Delta r) \rangle}, \quad (2.2)$$

jossa odotusarvot (tässä tapauksessa sama asia kuin keskiarvo) on laskettu muuttujan  $r$  suhteen. Koska keskiarvo  $\langle p(r, \Delta r) \rangle$  säilyy aina muuttumattomana (profilien siirtäminen ei muuta amplitudia), voidaan kohdefunktioksi vaihtaa yksinkertaisempi

$$L(\Delta r) = -\int p(r, \Delta r)^2 dr, \quad (2.3)$$

sillä funktioiden (2.2) ja (2.3) minimoiminen tuottaa saman tuloksen keskiarvon ollessa sama. Toinen vaihtoehto on valita kohdefunktioksi summaprofilin entropia [5]

$$L(\Delta r) = -\int p(r, \Delta r) \ln p(r, \Delta r) dr. \quad (2.4)$$

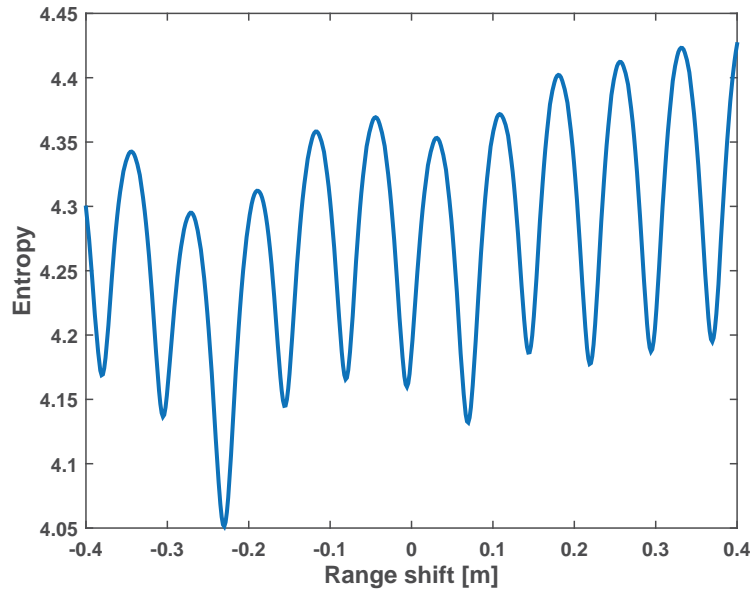
Entropia (2.4) on hyvä mittari summaprofilin  $p$  tasaisuudelle. Se saa maksimiarvon summaprofilin ollessa hyvin tasainen ja minimiarvon profiilin ollessa hyvin terävä. Etäisyssiirron ollessa kohdallaan summaprofilista muodostuu ideaalisesti hyvin terävä, jolloin mittarien (2.3) ja (2.4) minimiarvot tuottavat halutun optimaalisen etäisyssiirron. Kolmas vaihtoehto on profiilien amplitudiarvojen erotuksen neliöllinen keskiarvo, eli

$$L(\Delta r) = \langle (|ss(r, t_m)| - |ss(r + \Delta r, t_{m+1})|)^2 \rangle. \quad (2.5)$$

Optimaalisten etäisyssiirtojen löytämiseksi on ratkaistava  $M - 1$  yksiulotteista optimointiongelmaa

$$\Delta r_m^* = \arg \min_{\Delta r_m \in \Theta} L(\Delta r_m), \quad (2.6)$$

jossa  $m = 1, \dots, M-1$ . Optimoinnista tekee haastavaa se, että etäisyysprofilien itseisarvoista lasketuilla kohdefunktioilla on useita lokaaleja minimikohtia. Tästä syystä optimointiin ei voida käyttää tehokkaita lokaaleja optimointimenetelmiä. Koska ongelmat ovat yksiulotteisia, varmin tapa ratkaista kukin ongelma on käyttää ns. brute-force-menetelmää. Tällöin hakuavaruus  $\Theta$  jaetaan tasavälein näytteistettyihin pisteisiin, joissa kussakin arvioidaan kohdefunktiota  $L$ . Globaaliin optimointiin voidaan käyttää myös ns.



Kuva 2.2: Kohdefunktion (2.4) käyttäytyminen.

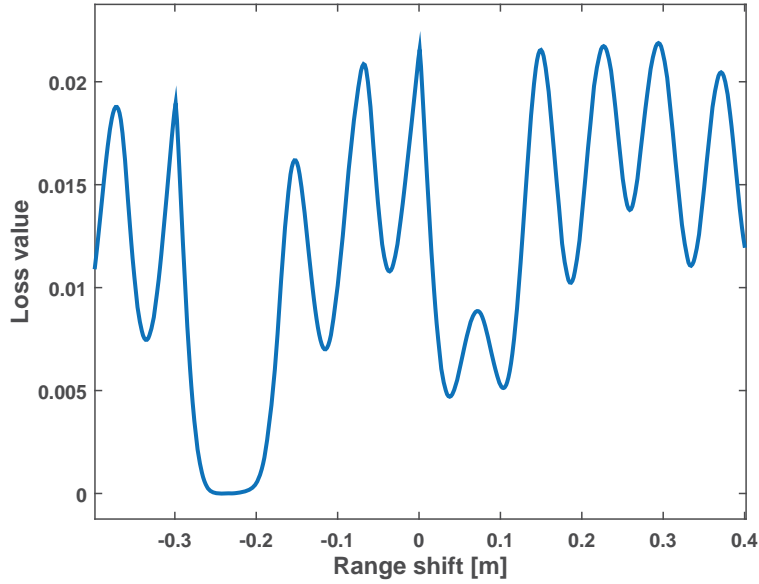
heuristisia optimointimenetelmiä. Tässä yksiulotteisessa tapauksessa niillä ei kuitenkaan saavuteta merkittävää hyötyä brute-force-menetelmään verrattuna. Kuvissa 2.2 ja 2.3 on esitettyä kohdefunktioiden (2.4) ja (2.5) käyttäytyminen kohdan 2.4 simuloitulle esimerkille. Kohdefunktiot on laskettu ensimmäisen ja toisen etäisyysprofiilin summaprofiilista. Kuvista käy hyvin ilmi hakuavaruuden haastava luonne, joka vaatii globaalien optimointien käyttämistä ongelmien (2.6) ratkaisemiseen.

Saatujen optimiarvojen  $\Delta r_m^*$  avulla saadaan karkean liikekompensaatiosuorittamiseen vaadittava arvio kohteen etäisyysmuutokselle integroimalla eli diskreetissä tapauksessa kumulatiivisena summana. Yhtälön (2.1) mukaisessa korjauksessa käytettävä arvio kohteen aikariippuvalle etäisyydelle on siten

$$r_m^* = \sum_{j=1}^m \Delta r_j^*. \quad (2.7)$$

Tutkittaessa ainoastaan kahta peräkkäistä etäisyysprofiilia kerrallaan vaikuttavat nopeat ja hetkelliset muutokset etäisyysprofiilin muodossa heikentävästi saatuun tulokseen (2.7). Heikkoutena on lisäksi se, että tällä tavalla arvioitu etäisyysmuutos saattaa sisältää systemaattista virhettä. Tämä johtuu siitä, että yhden näytteen sisältämä virhe siirtyy integroitaessa (2.7) myös loppuihin näytteisiin. Systemaattisen virheen välttämiseksi on syytä käyttää menetelmää, jossa kohdefunktion arvoa laskettaessa otetaan huo-





Kuva 2.3: Kohdefunktion (2.5) käyttäytyminen.

mioon enemmän kuin kaksi peräkkäistä etäisyysprofilia.

## 2.3 Globaali optimointimenetelmä

### 2.3.1 Ongelman määrittely

Globaalin optimointimenetelmän tarkoituksena on määritellä sellainen etäisyyskompressoidusta signaalista  $ss$  laskettava kohdefunktio, joka saavuttaa minimi- tai maksimiarvonsa karkean liikekompensaation ollessa kohdallaan. Tutkimalla useampaa kuin kahta peräkkäistä etäisyysprofilia kerrallaan saadaan luotettavampi arvio kohteen etäisyysmuutokselle. Tarkoituksena on siis löytää sellaiset arvot etäisyysirroille  $\Delta \mathbf{r} = [\Delta r_1 \ \dots \ \Delta r_M]^T$ , että kohdefunktio  $L$  on minimissään. Ongelma on siten muotoa

$$\Delta \mathbf{r}^* = \arg \min_{\Delta \mathbf{r} \in \Theta} L(\Delta \mathbf{r}), \quad (2.8)$$

jossa  $\Theta \subset \mathbb{R}^M$  on ongelman rajoitusjoukko (eli hakuavaruus). Yhtälössä (2.8) on käytetty etäisyysirroille samaa merkintää  $\Delta r$  kuin yksiulotteisessa tapauksessa (2.6). Erona yksiulotteiseen tapaukseen on kuitenkin se, että nyt etsitään suoraan aikariippuvaa etäisyysmuutosta (joksi merkitään  $\Delta \mathbf{r}$ ) eikä kahden peräkkäisen etäisyysprofiilin välistä siirtoa eli tämän aikaderivaattaa.

Mikäli kohteen kulma-asennon  $\theta$  (ks. kuva 2.1) muutos ei muuta merkittävästi etäisyysprofiilin muotoa tutkittavalla aikavälillä, voidaan kohdefunktiona käyttää summaprofiilin

$$p(r, \Delta \mathbf{r}) = \sum_{m=1}^M |s(r + \Delta r_m, t_m)| \quad (2.9)$$

terävyyttä (tai entropiaa). Kohdefunktiot ovat siis samat kuin (2.3), (2.4) ja (2.5) sillä erolla, että summaprofiiliksi määritetään nyt kaikkien etäisyysprofiilien summa (2.9) kahden peräkkäisen profiilin sijaan ja yhtälöön (2.5) lisätään summaus indeksin  $m$  yli. Yleisimmässä tapauksessa kysymyksessä on siis  $M$ -ulotteinen optimointiongelma hakuavaruudessa  $\Theta$ . Ongelma on erittäin haastava, sillä kohdefunktiot sisältävät jälleen useita lokaaleja minimejä ja lisäksi ongelman ulottuvuus on korkea (koska kohdefunktiot ovat samat kuin yksiulotteisessa tapauksessa, kuvat 2.2 ja 2.3 näyttävät miten kohdefunktio käyttäytyy yhdessä hakuavaruuden  $\Theta$  koordinaattisuunnassa). Optimointiongelman ulottuvuutta voidaan kuitenkin pienentää tekemällä kohteen liiketilaaan liittyvä yksinkertaistava oletus. Oletetaan, että kohteen liiketilassa ei esiinny nopeita satunnaisia vaihteluja (mikäli pulsintoistotaajuus on korkea tämä pitää todennäköisesti paikkansa). Tällöin liikerataa voidaan kuvata parametrisen mallin avulla. Optimointiongelman muuttujina ovat tällöin etäisyysmuutokselle  $\Delta \mathbf{r}$  käytetyn mallin parametrit (tai kertoimet).

Mahdollisuuksia ongelman parametrisointiin on useita, kuten esimerkiksi polynomifunktio tai Fourier-sarja. Kohdan 2.4 esimerkissä parametrisointi on suoritettu spline-polynomien avulla. Tällöin määritellään optimoitavien siirtojen lukumääräksi  $M'$  murto-osa kaikista näytteistä  $M$ . Kukin valittu muuttuja edustaa etäisyysprofiiliin  $m = m'M/M'$  tehtävää etäisyys-siirtoa ( $m' = 1, \dots, M'$ ). Näiden pisteiden välille tulevat siirretyn signaalin  $s(r + \Delta r(t), t)$  muodostamiseen ja kohdefunktion arviointiin tarvittavat arvot saadaan spline-interpolaatiolla. Spline-polynomien käyttö parametriseina mallina tarjoaa mahdollisuuden kompensoida erilaisia liikkeitä siistillä ja jatkuvalla lopputuloksella. Globaalin menetelmän etuna yksiulotteiseen menetelmään on juuri tämä siisteys ja jatkuvuus, jonka parametrinen malli ja useamman etäisyysprofiilin käyttäminen optimoinnissa tuottavat.

### 2.3.2 Globaali optimointi

Optimoitavien muuttujien vähentämisestä (parametrisen mallin avulla) huolimatta ongelma (2.8) on edelleen haastava usean muuttujan globaali optimointiongelma. Yksiulotteisessa tapauksessa käytetty brute-force-mene-

telmä on tällöin laskennallisesti mahdoton vaihtoehto. Tämä siksi, että hakuvaruuden  $\Theta$  ulottuvuuden kasvaessa sen tilavuus (ja siten brute-force-menetelmässä tarvittava kohdefunktion arviointien määrä) kasvaa eksponentiaalisesti.

Mikäli kohdefunktio ei ole konvekksi, ainut varma tapa globaalien optimointitehtävän ratkaisemiseksi on yksiulotteisen optimoinnin (2.6) tapauksessa käytetty brute-force-menetelmä. Mikäli ongelma halutaan ratkaista äärellisillä ja järkevillä laskentaresursseilla, on käytettävä jotakin numeerista likimääräismenetelmää. Globaaliin optimointiin soveltuvat hyvin ns. heuristiset optimointimenetelmät, jotka usein perustuvat luonnossa havaittujen ilmiöiden ja prosessien hyödyntämiseen [17].

Sovelletaan ongelman (2.8) ratkaisemiseen populaatiopohjaista heuristista optimointia. Populaatiopohjaisissa optimointimenetelmissä luodaan aluksi satunnaisten koeratkaisujen joukko, jonka jäsenille lähdetään suorittamaan tiettyjä heuristisia operaatioita [17]. Näiden heurististen operaatioiden tarkoituksena on siirtää koeratkaisuja kohti sitä hakuvaruuden osaa, jossa kohdefunktion globaali minimi sijaitsee. Useimmiten tarkoituksena on hyödyntää haussa erityisesti niitä koeratkaisuja, joilla saadaan parhaimmat kohdefunktion arvot. Uusien koeratkaisujen luomiseen käytettävät heuristiset operaatiot pohjautuvat usein johonkin luonnossa havaittuun ilmiöön tai prosessiin. Tämän tekstin kannalta ei kuitenkaan ole tarkoituksenmukaista esittää kattavaa kuvausta heuristisesta optimoinnista. Erinomainen viite aiheesta on esimerkiksi [17].

Kaksi tunnettua ja laajasti sovellettua heuristista populaatiopohjaista optimointimenetelmää ovat differentiaalievoluutio [18] ja hiukkasparvioptimointi [19]. Kohdan 2.4 esimerkissä demonstroidaan kyseisten menetelmien käyttöä ongelman (2.8) ratkaisemiseen.

### 2.3.3 Metaoptimointi

Lähes kaikki heuristiset optimointimenetelmät sisältävät tyypillisesti useita säädettäviä parametrejä, jotka vaikuttavat oleellisesti algoritmien toimintaan. Algoritmien toiminnan kannalta oleellista on, että ne löytäisivät kohdefunktion globaalien minimien mahdollisimman pienellä määrällä kohdefunktion arvionteja. Parametrivalinnat vaikuttavat merkittävästi sekä algoritmin konvergoitumisnopeuteen että kykyyn olla juuttumatta hakuvaruudessa oleviin lokaaleihin minimeihin. Säädettävien parametrien lisäksi kustakin heuristisesta optimointimenetelmästä on useita eri variaatioita, joissa käytetään hieman erilaisia heuristisia operaatioita. Parametrien ja käytetyn variaation valintojen tärkeyden takia on tärkeää valita sekä sopiva heuristinen optimointimenetelmä että sen parametrit johonkin kvantitatiivisen mit-

tariin perustuen pelkän sattumanvaraisen kokeilun sijaan.

Tutkitaan ensiksi, että kuinka voidaan valita tietyille heuristiselle optimointimenetelmälle optimaaliset parametrit. Ensiksi on määriteltävä mittari, joka kuvaa tietyillä parametreilla toteutetun optimoinnin lopputuloksen laatua. Tämä voidaan määritellä siten, että annetaan optimointialgoritmin suorittaa jokin ennalta määrätty määrä kohdefunktion arviointeja, jonka jälkeen palautetaan parhaan ratkaisun tuoma kohdefunktion arvo. Koska heuristiset optimointimenetelmät perustuvat satunnaisuuden hyödyntämiseen hakuavaruudessa liikuttaessa, on kyseinen prosessi toistettava useita kertoja luotettavan tuloksen saamiseksi. Haluttuna mittarina toimii tällöin esimerkiksi kaikkien saatujen kohdefunktion lopullisten arvojen keskiarvo. Parametrit valitaan minimoimalla tämä keskiarvo. Tällaista lähestymistapaa, jossa käytetään optimointia jonkin tietyn optimointialgoritmin toiminnan parantamiseen, kutsutaan metaoptimoinniksi [20] (tällöin minimoitavaa mittaria kutsutaan metakohdefunktioksi). Metaoptimoinnin tarkoituksena on siten saada varsinaisen ongelman (tässä tapauksessa karkean liikekompensaation) ratkaisemiseen käytetty optimointimenetelmä toimimaan parhaalla mahdollisella tavalla.

Yllä esitetyn kuvauksen perusteella on selvää, että metaoptimointi on laskennallisesti erittäin raskasta. Mikäli metaoptimoitavia parametreja on useita, ei brute-force-tyyppinen lähestymistapa ole mahdollinen. Tällöin myös metaoptimoinnissa on käytettävä jotakin numeerista optimointimenetelmää. Metaoptimointiongelman määrittelyn perusteella tämän optimointimenetelmän tulee olla hyvin yksinkertainen (mikäli tähän valitaan jokin populaatiopohjainen heuristinen menetelmä, täytyy sillekin valita jotkin parametrit). Varteenotettavin vaihtoehto metaoptimoinnin suorittamiseen on ns. pattern search-optimointi [20], jossa hakuavaruudessa liikutetaan tietyn kokoista hilaa (hilapisteissä arvioidaan metakohdefunktiota). Kutistamalla hilan kokoa ja hilapisteiden välimatkoja säännöllisesti kyetään näin löytämään todennäköisesti haluttu optimi brute-forcea tehokkaammalla tavalla.

Eri optimointialgoritmien ja niiden erilaisten variaatioiden toiminnan vertaaminen on mielekästä ainoastaan silloin, kun niiden parametrit on metaoptimoitu tutkittavaa ongelmaa varten. Metaoptimoinnin jälkeen on siten mahdollista tutkia eri optimointialgoritmien tehokkuutta kyseisen ongelman ratkaisemiseen. Tämä voidaan suorittaa esimerkiksi tilastolliseen testaukseen perustuvilla menetelmillä.

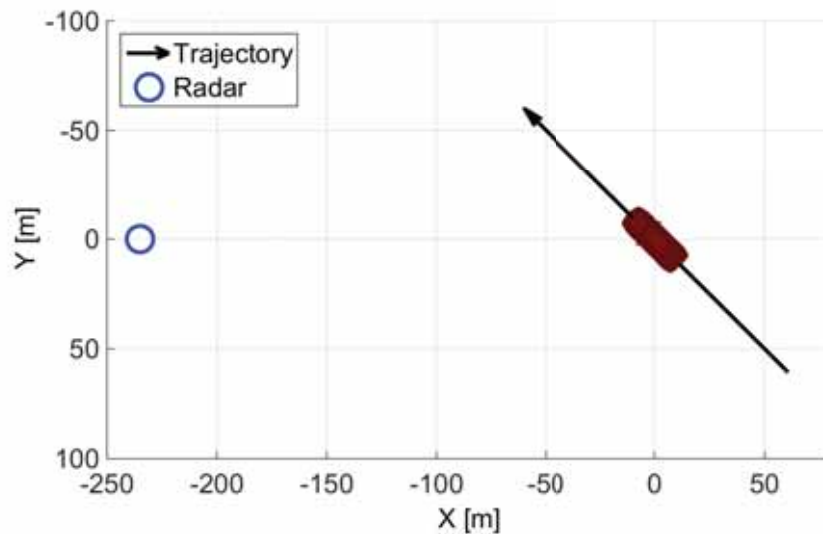
## 2.4 Esimerkki

Demonstroidaan yllä kuvatun globaalien optimointimenetelmän käyttöä simuloidulle ISAR-datalle. Data on tuotettu kuvan 2.4 mukaisesti liikkuvasta

henkilöautosta fysikaalisen optiikan RCS-mallinnuksella [7]. Auto ja sille käytetty 3D-malli näkyvät kuvissa 2.5 ja 2.6. Simulaatiossa kanta-aaltotaajuutena on ollut 3 GHz ja signaalin kaistanleveytenä 1.5 GHz, joka tuottaa etäisyyserottelukyvyksi 0.10 m. Liikeradan tuottama kulma-asennon muutos on noin 30 astetta, jolloin teoreettinen alaraja sivuttaiserottelukyvylle on myös noin 0.10 m. Etäisyyskompressoidun signaalin intensiteetti logaritmisella skaalalla ennen liikekompensaatiota on esitetty kuvassa 2.7.

Ensimmäisenä tehtävänä ongelman (2.8) ratkaisemissa on käytetyn heuristisen optimointimenetelmän parametrien metaoptimointi. Kuvassa 2.8 on esitetty metaoptimoinnissa käytetyn metakohdefunktion käyttäytymisen optimoitavien parametrien funktiona differentiaalievoluutiolle (yksinkertaisin differentiaalievoluution variaatio sisältää kaksi valittavaa parametria). Metaoptimoinnin yhteydessä karkeassa liikekompensaatiossa on käytetty kohdefunktioita (2.3) ja  $M' = 8$  spline-polynomia kohteen etäisyysmuutoksen parametrusointiin, differentiaalievoluution on annettu käyttää  $200M'$  kohdefunktion arviointia ja kutakin metakohdefunktion arvoa varhen heuristinen algoritmi on toistettu 10 kertaa.

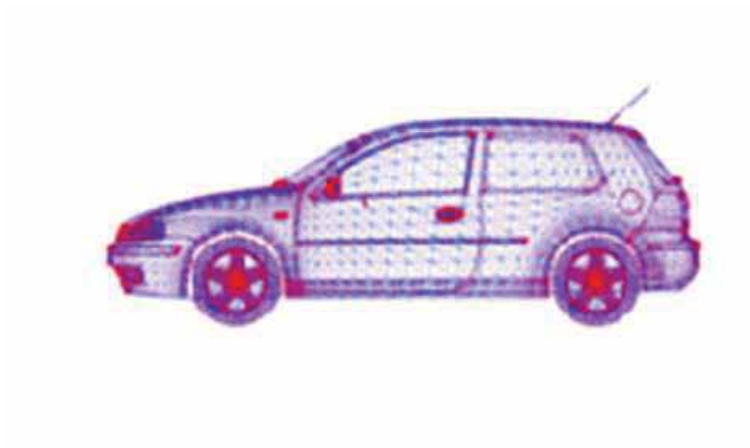
Kuvassa 2.9 nähdään differentiaalievoluution konvergoituminen metaoptimoiduilla parametreilla, kun kohdefunktiona on (2.5). Vastaavasti metaoptimoidun hiukkasparvioptimoinnin konvergoitumien käyttämällä kohdefunktiota (2.3) on piirretty kuvaan 2.11 (käytetyssä parvioptimoinnin variaatiossa on kolme valittavaa parametria). Kuvassa 2.10 on koeratkausien joukon tuottamien kohdefunktion arvojen keskihajonta differentiaalievoluutiolle kunkin algoritmin generaation jälkeen. Yhdessä generaatiossa sekä differentiaalievoluutio että parvioptimointi toistavat tietyt heuristiset operaatiot kullekin koeratkaisulle ja arvioivat kohdefunktiota yhtä monta ( $M'$ ) kertaa. Differentiaalievoluution lopetuskriteerinä kuvassa 2.9 on käytetty populaation kaikkien kohdefunktion arvojen minimi- ja keskiarvon suhteellista erotusta. Toinen mahdollinen lopetuskriteeri on koeratkausien tuottamien kohdefunktion arvojen keskihajonta 2.10. Differentiaalievoluutiolla kohdefunktiota (2.5) käyttäen saatu estimaatti auton etäisyysmuutokselle on piirretty kuvaan 2.12. Saadulla estimaatilla 2.12 korjatut etäisyysprofiilit karkean liikekompensaation jälkeen ovat kuvassa 2.13.



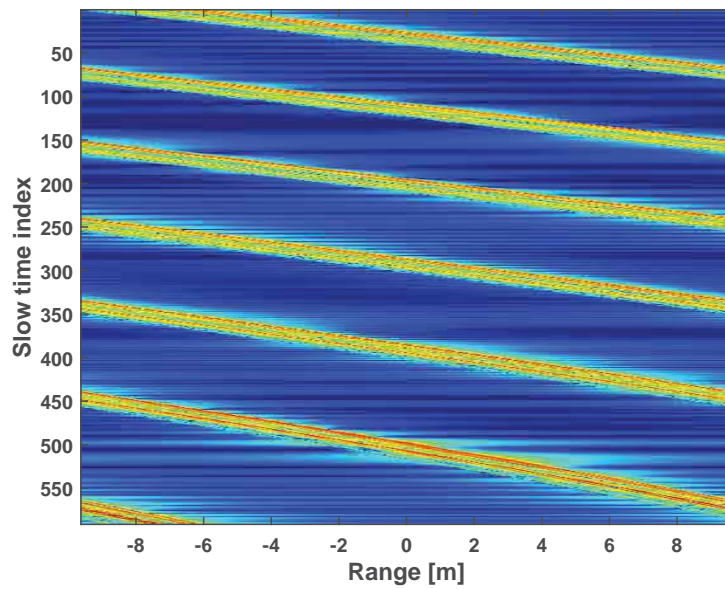
Kuva 2.4: Autolle simuloitu liikerata.



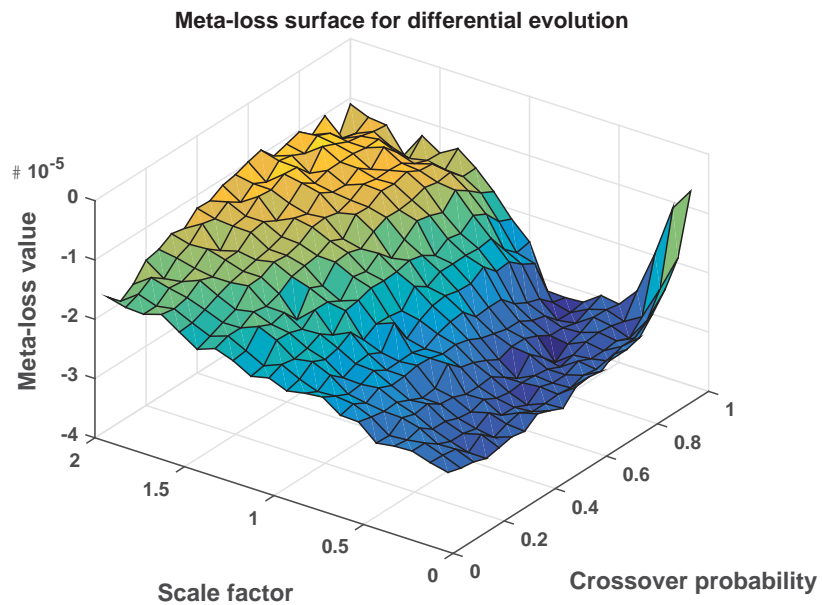
Kuva 2.5: Simuloidussa esimerkissä käytettynä yhteistyöhaluttomana kohteena on tämän henkilöauton RCS-malli.



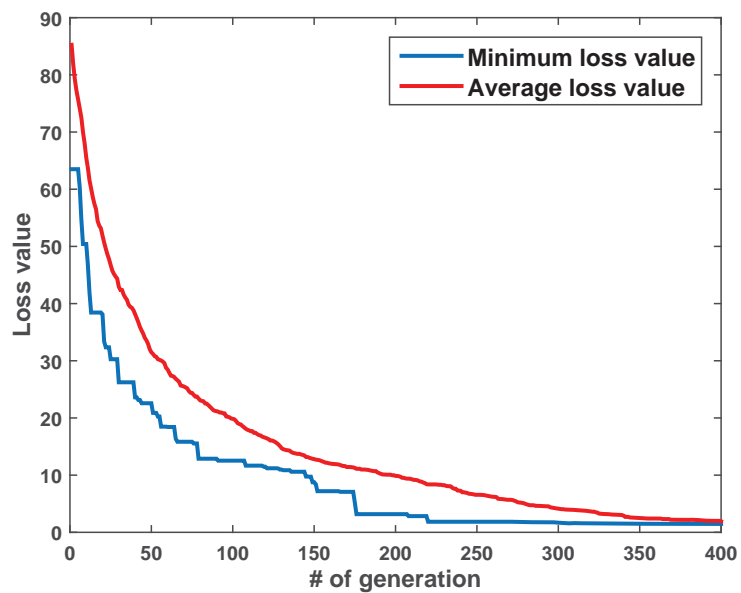
Kuva 2.6: Henkilöautolle 2.5 käytetty 3D-malli.



Kuva 2.7: Etäisyysprofiilit ennen karkeaa liikekompensaatiota.

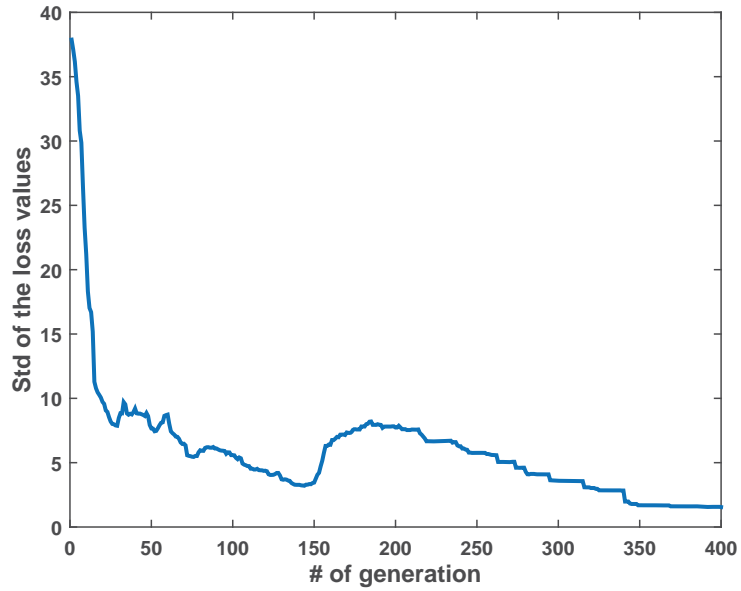


Kuva 2.8: Differentiaalievoluution metaoptimoinnissa käytetyn metakohdefunktion käyttäytyminen.

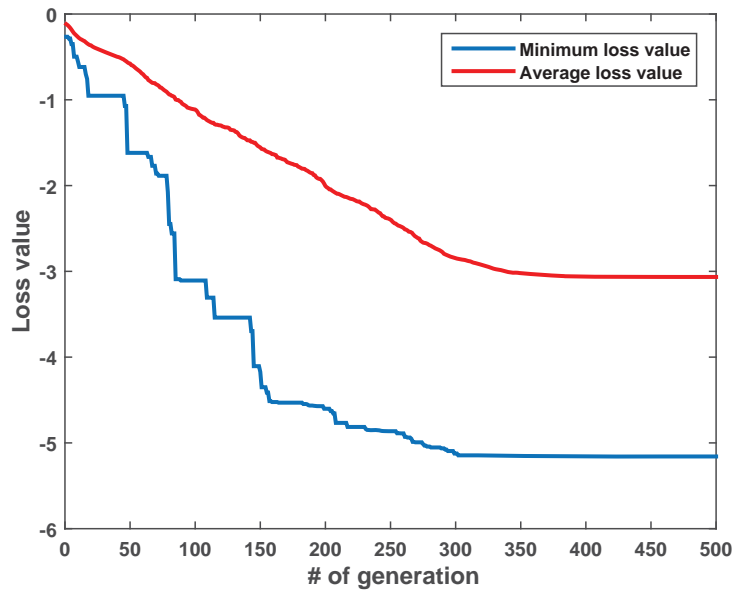


Kuva 2.9: Differentiaalievoluution konvergoituminen. Kuvassa näkyvät populaation paras kohdefunktion arvo (sininen) ja koko populaation keskiarvo (punainen). Kohdefunktiona on (2.5).

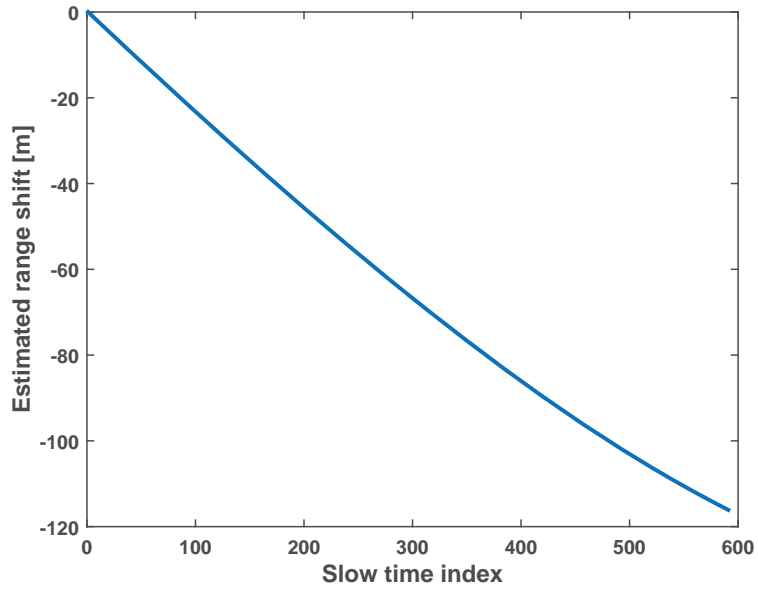




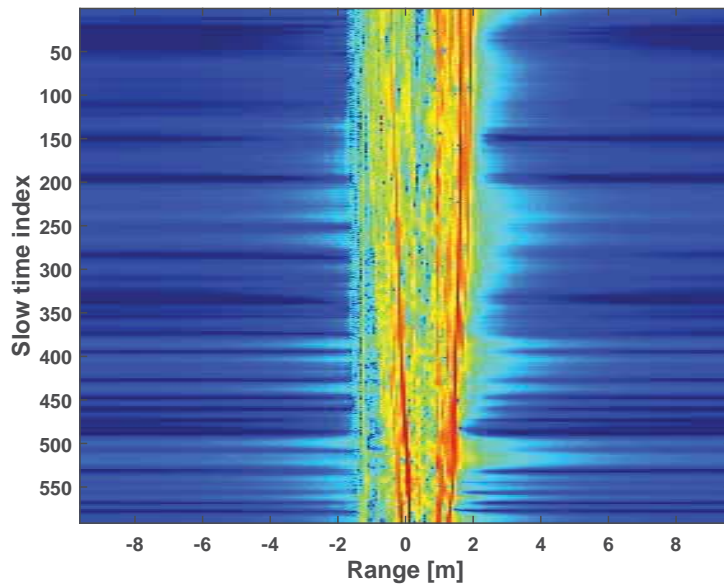
Kuva 2.10: Koko populaation kohdefunktion arvojen keskihajonta differentiaalievoluutiolla.



Kuva 2.11: Hiukkaspervioptimoinnin konvergoituminen, kuvassa näkyvät populaation paras kohdefunktion arvo (sininen) ja koko populaation keskiarvo (punainen). Kohdefunktiona on (2.3).



Kuva 2.12: Globaalilla optimoinnilla estimoitu yhteistyöhaluttoman kohteen etäisyysmuutos.



Kuva 2.13: Etäisyysprofiilit karkean liikekompensaation jälkeen.

## 3 Autofokus

### 3.1 Johdanto

Tässä luvussa perehdytään kahteen vaihtoehtoiseen tapaan toteuttaa tarkka translatorisen liikkeen kompensatio eli autofokus spotlight-muodossa tuotetuille SAR- ja ISAR-kuville. Ensimmäinen tapa on vaihegradienttimenetelmä [2, 21, 22]. Menetelmän toimintaperiaatetta havainnollistetaan ensiksi etäisyyskompressoidun signaalin ideaalisen mallin (1.5) avulla, jonka jälkeen pohditaan käytännön toteutukseen liittyviä yksityiskohtia. Toinen tapa tunnetaan kirjallisuudessa kontrastin optimointina [23, 24, 25, 26, 27]. Kontrastin optimoinnin perusperiaatteet on selitetty kattavasti viitatuissa julkaisuissa, joten tässä tekstissä keskitytään erityisesti optimoinnin laskentatehokkaaseen toteutukseen. Lisäksi optimointiongelma muotoillaan siten, että käytetty menetelmä on suoraviivaisesti yleistettävissä mille tahansa kuvanmuodostusalgoritmile.

Tässä luvussa oletetaan, että SAR-tutkan tapauksessa lentokoneen liikerata tunnetaan etäisyyserottelukykyä tarkemmin. Tämän lisäksi oletetaan, että liikeratavirheiden aiheuttama muutos signaalin kulkemaan kaksisuuntaiseen matkaan on kaikille kuvan erottelualkiolle sama. Tällöin tarkka liikekompensatio eli autofokus voidaan suorittaa korjaamalla etäisyyskompressoidun signaalin (1.5) vaihetta vain hitaasta ajasta riippuvalla korjausfunktiolla. ISAR-tapauksessa oletetaan vastaavasti, että karkealla liikekompensaatiolla ollaan korjattu kohteen etäisyyserottelua suuremmat translatoriset liikkeet.

### 3.2 Vaihegradienttimenetelmä

#### 3.2.1 Yleiskuvaus

Vaihegradienttimenetelmä (PGA, *phase gradient autofocus*)<sup>1</sup> [2, 21, 22] on erityisesti korkeataajuuksien ja korkeamman asteluvun vaihevirheiden estimointiin soveltuva parametrin autofokusmenetelmä<sup>2</sup>. PGA soveltuu spotlight-toimintamuodolla ja PFA-algoritmeilla muodostettujen SAR-kuvien fo-

<sup>1</sup>nimitys on hieman harhaanjohtava, sillä menetelmässä arvioidaan ainoastaan vaihevirhefunktion yksiulotteista aikaderivaattaa

<sup>2</sup>tämä tarkoittaa sitä, että vaihevirhefunktion ei oleteta noudattavan mitään parametristä mallia vaan se voi olla mielivaltainen hitaan ajan funktio

kusoimiseen. Perusmuodossaan PGA olettaa etäisyyskompressoidun signaalin  $ss$  ja SAR-kuvan olevan toisiinsa yhteydessä hitaan ajan (tai SAR-kuvan sivusuuntaisen ulottuvuuden) yli otettavan Fourier-muunnoksen välityksellä. Lisäksi PGA olettaa kunkin sirottajan olevan näkyvissä jokaisessa etäisyysprofilissa eli kaikilla hitaan ajan hetkillä. Etäisyyskompressoidussa signaalissa (1.5) kunkin sirottajan heijastaman kaiun vaihehistorian tulee siis käyttäytyä likimain lineaarisesti hitaan ajan funktiona, jotta PGA olisi mielekäästä totetuttaa. PGA olettaa lisäksi vaihevirheiden olevan sirottajan sijainnista riippumattomia, joka rajoittaa tarkasti fokuoittavan alueen kokoa. Kun vastaanotettu signaali on liikekompensoitu viivaan (kuten yleensä on stripmap-toimintamuodossa) kunkin sirottajan vaihe käyttäytyy hyperbolisesti hitaassa ajassa yhtälön (1.9) mukaisesti eikä SAR-kuvasta päästä takaisin etäisyyskompressoituun signaaliin  $ss$  pelkällä Fourier-muunnoksella (mikäli halutaan päästä korkeaan erottelukykyyn sivusuunnassa), joten PGA:n suora toteuttaminen ei tällöin onnistu alla esitettyssä muodossa. Lisäksi stripmap-muodossa kukin sirottaja ei ole näkyvissä kaikilla hitaan ajan hetkillä, koska antennikeila ei valaise kiinnitettyä aluetta maanpinnalla. PGA:ta voidaan kuitenkin yleistää ja muokata tietyin rajoituksin stripmap-geometriallekin [28, 29, 30].

Menetelmän ensimmäisessä vaiheessa valitaan etäisyyskompressoidusta signaalista joukko etäisyysalkioita, jotka sisältävät suurimman osan vastaanotetun signaalin energiasta. Toinen vaihtoehto on valita käytettäväksi kaikki etäisyysalkiot energiastasosta riippumatta. Tämän jälkeen muodostetaan SAR-kuva ottamalla Fourier-muunnos hitaan ajan suhteen (tämä tehdään PFA:ssa 1.5 suoritettavan uudelleennäytteistyksen jälkeen). Seuraavaksi etsitään jokaisesta etäisyysalkiosta voimakkain sirottaja ja siirretään se sivusuunnan nolla-alkioon eli SAR-kuvan keskelle. Tämän jälkeen kaksiulotteista signaalia ikkunoidaan symmetrisesti keskitettyjen kirkkaiden pisteiden ympäriltä suorakaideikkunalla. Ikkunoinnin jälkeen palataan takaisin etäisyyskompressoituun vaihehistoriaan käänteisellä Fourier-muunnoksella SAR-kuvan sivusuuntaisen ulottuvuuden yli. Seuraavaksi suoritetaan varsinainen vaihevirheen estimointi ensiksi estimoimalla vaihevirhefunktion derivaattaa ja sitten integroimalla tämä lopulliseksi vaihevirheen estimaatiksi. Lopuksi suoritetaan vaihekorjaus alkuperäiselle etäisyyskompressoidulle signaalille käyttäen vaihevirheelle saatua estimaattia. Tämän jälkeen muodostetaan vaihekorjattu kuva Fourier-muunnoksella hitaan ajan suhteen ja toistetaan yllä mainitut toimenpiteet saadulle kuvalle iteratiivisesti 1-10 kertaa vaihevirheen laadusta ja kuvattavan alueen tyypistä riippuen.

### 3.2.2 Analyttinen malli

Tutkitaan seuraavaksi tutkan vastaanottamaa etäisyyskompressoitua signaalia siinä tapauksessa, että se sisältää tuntemattomia hitaasta ajasta riippuvia vaihevirheitä. Vaihegradienttimenetelmän analysointia varten on hyödyllistä esittää ideaalisen signaalin malli (1.7) hieman eri muodossa. Tämä johtuu siitä, että PFA-algoritmin suorittaman interpolaation jälkeen sirottajat eivät liiku etäisyyskompressoitussa signaalissa etäisyysalkiosta toiseen (mikäli tasoaalto-oletus pätee riittävällä tarkkuudella). Tästä syystä sivusuuntaisesta kuvanmuodostuksesta ja siten autofokuksen suorittamisesta tulee oleellisesti yksiulotteinen operaatio, eli signaaleja (1.5) ja (1.7) tarkastellaan ainoastaan hitaan ajan funktiona. Lisäksi radiaalinen etäisyysmuuttuja  $r$  voidaan korvata koordinaatistossa 1.1 määritellyllä karteesisella etäisyysmuuttujalla  $x$ . Oletetaan, että kohdealueella sijaitsee  $P$  kappaletta pistemäisiä sirottajia sijainneissa  $[x_p \ y_p \ 0]^T$ , jolloin etäisyyskompressoitu signaali on superpositio kaikista näistä sirottajista heijastuneista kaiuista. Heijastuvuusfunktion oletetaan siis olevan muotoa

$$g(x, y) = \sum_{p=1}^P A_p \delta(x - x_p) \delta(y - y_p). \quad (3.1)$$

Koska sirottajat eivät enää liiku etäisyysuunnassa, voidaan etäisyysuuntainen sinc-funktio yhtälöissä (1.5) ja (1.7) korvata sirottajasta heijastuneen signaalin amplitudilla  $A_p$ , joka oletetaan vakioksi. Käytetään lisäksi merkintöjä  $\phi_p(x) = \angle A_p$ ,  $a_p = |A_p|$  ja  $-4\pi f_c r_{d0}(x_p, y_p; t)/c = \omega_p t$ , jossa  $\omega_p$  on vakio ja  $r_{d0}(x_p, y_p; t)$  on sirottajasta  $p$  heijastuneen kaiun viive (ks. merkinnät yhtälön (1.6) jälkeen). Jälkimmäisessä yhtälössä on siis tehty oletus, että kunkin sirottajan etäisyys tutkasta muuttuu lineaarisesti hitaan ajan funktiona. Oletetaan seuraavaksi, että kaikki poikkeamat lineaarisesta vaihekäyttäytymisestä (eli etäisyysmuutoksesta) ovat yhteisiä kaikille sirottajille ja merkitään niiksi  $\phi_e(t)$ . Näillä merkinnöillä ja oletuksilla yhtälö (1.7) tulee muotoon

$$\begin{aligned} ss(x, t) &= \Pi\left(\frac{t}{T}\right) \sum_{p=1}^P a_p \exp[i(\omega_p t + \phi_p(x) + \phi_e(t))] \\ &= ss_i(x, t) e^{i\phi_e(t)} = ss_i(x, t) e(t). \end{aligned} \quad (3.2)$$

Nyt  $\phi_p$  on sirottajan sijainnista etäisyysalkiossa riippuva vakiovaihe (hitaassa ajassa) ja summaus käy kaikkien kohdealueella olevien sirottajien yli. Tarkastellaan signaalia jatkossa ainoastaan yhdessä ulottuvuudessa eli hitaassa ajassa  $t$  (eli siirrytään merkintään  $ss \rightarrow s$ ), sillä analyysi on täysin

riippumaton etäisyysmuuttujasta  $x$ . Yhtälössä (3.2) funktio  $ss_i$  on ideaalinen etäisyyskompressoitu signaali, joka ei sisällä vaihevirheitä. Vaihevirhefunktio  $\phi_e$  sisältää kaikki lineaarisesta poikkevat sirottajille yhteiset virheet, jotka aiheutuvat esimerkiksi liikeratavirheistä tai ilmakehän lämpötilaerojen aiheuttamista radioaallon nopeuden muutoksista.

Vaihegradienttimenetelmän tarkoituksena on estimoida vaihevirhefunktiota  $\phi_e$  ja siten jakamalla funktio (3.2) saadulla virhefunktion  $e$  estimaatilla saadaan vaihevirheiden aiheuttama defokusoituminen kuvassa korjattua. Ottamalla yhtälöstä (3.2) Fourier-muunnos hitaan ajan suhteen muodostetaan ensiksi vaihevirheiden  $\phi_e$  vaikutuksesta defokusoitunut SAR-kuva. Jatkossa käytetään hitaan ajan  $t$  Fourier-duaalimuuttujasta merkintää  $\omega$ . Projektioviipaletoreeman mukaisesti tämä muuttuja on suoraan verrannollinen sivusuuntaiseen paikkamuuttujaan  $y$  (kun tasoalto-oletus on voimassa). Temporaalisen muuttuja  $t$  ja paikkamuuttuja  $y$  ovat siis muodollisesti Fourier-duaalimuuttujia. Koska kyseessä on ainoastaan erikoistapaus johtuen muuttujien määrittelystä ja projektioviipaletoreemasta, merkitään sekaannuksen välttämiseksi hitaan ajan Fourier-duaalimuuttujaksi kulmetaajuusmuuttuja  $\omega$ . Konvoluutioteoreeman avulla huomataan, että signaalin (3.2) Fourier-muunnos tuottaa kuvaan funktioiden  $S_i$  ja  $E$  konvoluution, kun nämä ovat funktioiden  $s_i$  ja  $e$  Fourier-muunnokset eli kun  $S_i(\omega) = \mathcal{F}_{t \rightarrow \omega}\{s_i(t)\}$  ja  $E(\omega) = \mathcal{F}_{t \rightarrow \omega}\{e(t)\}$ . Saadaan siis

$$S(\omega) = (S_i * E)(\omega), \quad (3.3)$$

jossa

$$\begin{aligned} S_i(\omega) &= \mathcal{F}_{t \rightarrow \omega} \left\{ \Pi \left( \frac{t}{T} \right) \sum_p a_p e^{i(\phi_p + \omega_p t)} \right\} \\ &= \sum_p a_p e^{i\phi_p} T \operatorname{sinc} [T(\omega - \omega_p)]. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Seuraavassa vaiheessa etäisyysalkion voimakkain sirottaja siirretään sivusuunnan alkioon joka vastaa taajuutta  $\omega_p = 0$ . Tämän merkitys havaitaan kohta yhtälössä (3.6) kun siirrytään takaisin hitaaseen aikaan käänteisellä Fourier-muunnoksella. Sitä ennen kuitenkin signaalia  $S(\omega)$  ikkunoidaan vielä suorakaideikkunalla  $W$  symmetrisesti origon ympäriltä. Ikkunoinnin merkityksestä ja käytännön toteuttamisesta on kerrottu lisää kohdassa 3.2.3. Ikkunoiduksi ja keskitetyksi signaaliksi saadaan siten

$$S_w(\omega) = \Pi \left( \frac{\omega}{W} \right) (S_i * E)(\omega) \quad (3.5)$$

kun  $W$  on käytettävän suorakaideikkunan koko. Koska ikkunointi suoritetaan taajuusalueessa, rajoittaa se nopeataajuisimpien muutoksien havaitsemista vaihevirhefunktion estimoinnissa. Lisäksi ikkunan tarkoituksena

on poistaa etäisyysalkiossa olevien muiden sirottajien ja kohinan vaikutusta vaihevirhefunktion estimointiin. Oletetaan seuraavaksi, että ikkunan sisään jää ainoastaan etäisyysalkion voimakkain sirottaja, ja merkitään tämän amplitudiksi  $a_0$  ja vaiheeksi  $\phi_0$  (joka on yleisesti erilainen kullekin etäisyysalkiolle  $x$ ). Ikkunoitu ja siirretty signaali hitaan ajan funktiona saadaan ottamalla käänteinen Fourier-muunnos yhtälöstä (3.5). Konvoluutio-  
teoreemaa hyödyntämällä yhtälöstä (3.5) saadaan

$$s_w(t) = a_0 e^{i\phi_0} \Pi\left(\frac{t}{T}\right) (w * e)(t), \quad (3.6)$$

jossa  $w(t) = \mathcal{F}_{\omega \rightarrow t}^{-1} \{\Pi(\omega/W)\} = W \text{sinc} Wt$ . Siis siirtämällä sirottaja nol-lataajuusalkioon saatiin yhtälön (3.2) lineaarinen vaihetermi  $\omega_p t$  häviämään signaalista (3.6). Oletetaan seuraavaksi että ikkunointifunktion käänteis-Fourier-muunnoksen  $w$  kanssa laskettavan konvoluution (3.6) vaikutus aika-  
alueessa signaaliin  $s_w$  on pieni. Tämä pätee hyvin, mikäli ikkunan leveys on riittävän suuri vangitsemaan kaikki vaihevirhefunktion Fourier-muunnoksessa  $E$  olevat suurimmat kuvan defokusoitumiseen vaikuttavat taajuuskomponentit. Tällöin voidaan siis approksimoida

$$s_w(t) = a_0 \Pi\left(\frac{t}{T}\right) e^{i\phi_e(t)} e^{i\phi_0}. \quad (3.7)$$

Saadun signaalin (3.7) vaiheesta ei saada suoraan arvioita vaihevirhefunktiolle  $\phi_e$  jokaiselle etäisyysalkiolle erilaisen vakiovaiheen  $\phi_0$  takia. Mikäli estimointiin käytettäisiin ainoastaan yhtä etäisyysalkiota (tätä kutsutaan ns. dominoivan sirottajan menetelmäksi [31]), ei tämä haittaisi. Tämä siksi, että sivusuuntaisen kuvanmuodostuksen kannalta vakiovaiheella ei ole mitään merkitystä. Nyt kuitenkin tarkoituksena on saada estimaatteja useista eri etäisyysalkioista, joille kaikille  $\phi_0$  on erilainen. Ongelma ratkaistaan estimoimalla vaihevirhefunktion derivaattaa  $d\phi_e/dt = \dot{\phi}_e$ . Vaihevirhefunktion  $\phi_e$  derivaattaa voi estimoida signaalista (3.7) usealla eri tavalla. Seuraavaksi esitetään kolme mahdollista tapaa estimaatin laskemiselle perustuen viitteisiin [2, 22, 32].

Vaihegradienttimenetelmän perustana on malli [2]

$$s_w(t) = A_0 e^{i\phi_e(t)} + \eta(t) \quad (3.8)$$

keskitetylle ja ikkunoidulle etäisyyskompressoidulle signaalille. Yhtälössä (3.8)  $A_0$  on etäisyysalkion keskitetyn sirottajan heijastuvuutta kuvaava kompleksinen amplitudi. Sen sijaan  $\eta(t)$  on kohinatermi, joka aiheutuu sirottajaa ympäröivän alueen vasteesta. Identifioimalla  $\angle A_0 = \phi_0$  huomataan, että malli on kohinatermiä vaille sama kuin yllä johdettu (3.7). Nyt

$A_0$  ja  $\eta$  ovat kompleksisia satunnaismuuttujia, jotka ovat erilaisia kullekin etäisyysalkiolle. Vaihegradienttimenetyksessä tarkoituksena on estimoida vaihevirhefunktiota  $\phi_e$ , kun käytettävissä on etäisyysalkioiden lukumäärää  $N$  vastaava määrä havaintoja kompleksisesta signaalista (3.8). Tyypillisesti kohinatermi  $\eta$  oletetaan riippumattomasti ja identtisesti normaalijakautuneeksi.

Ensimmäisessä tavassa estimaatti voidaan laskea suoraan hyödyntämällä käytettävissä olevia signaaleja  $s_w$  ja tämän Fourier-muunnosta  $S_w$ . Ensiksi huomataan yhtälöstä (3.7), että

$$\dot{s}_w(t) = i\dot{\phi}_e(t)s_w(t). \quad (3.9)$$

Näin ollen ratkaisemalla yhtälö (3.9)  $\dot{\phi}_e$ :n suhteen saadaan vaihevirhefunktion derivaatan estimaatiksi

$$\hat{\phi}_e(t) = \frac{\Im\{\dot{s}_w(t)s_w^*(t)\}}{|s_w(t)|^2}. \quad (3.10)$$

Ikkunoidun signaalin derivaatan  $\dot{s}_w(t)$  laskemiseen voidaan hyödyntää Fourier-muunnoksen derivaatta-ominaisuutta, jonka mukaan  $\mathcal{F}_{t \rightarrow \omega}\{\dot{s}(t)\} = i\omega S(\omega)$  (tämä seuraa suoraan Leibnizin integraalisäännöstä). Näin ollen derivaatta voidaan laskea kuva-alueen keskitetystä ja ikkunoidusta signaalista, jolloin saadaan

$$\dot{s}_w(t) = \mathcal{F}_{\omega \rightarrow t}^{-1}\{i\omega S_w(\omega)\}. \quad (3.11)$$

Toistaiseksi ollaan rajoitettu tarkastelemaan ainoastaan yhtä etäisyysalkiota  $x$ . Käyttämällä estimointiin kaikkia valittuja etäisyysalkiota saadaan painotettu estimaatti summaamalla valittujen etäisyysalkioiden yli, eli [21]

$$\hat{\phi}_e(t) = \frac{\sum_x \Im\{\dot{s}s_w(x, t)ss_w^*(x, t)\}}{\sum_x |ss_w(x, t)|^2}, \quad (3.12)$$

jossa  $ss_w(x, t)$  on nyt etäisyysalkion  $x$  ikkunoitu signaali. Vaihevirheen estimaatiksi saadaan integroimalla (diskreetissä tapauksessa kumulatiivisena summana)

$$\hat{\phi}_e(t) = \int_{-T/2}^t \hat{\phi}_e(\tau) d\tau. \quad (3.13)$$

Toinen estimointimenetelmä perustuu vaihevirhefunktion derivaatan approksimoimiseen laskemalla peräkkäisten etäisyysprofiilien eli vierekkäisten aikanäytteiden välisiä vaihe-eroja signaalista  $s_w$  [2]. Siirrytään nyt jatkuvasta aikamuuttujasta  $t$  diskreettiä ajanhetkeä  $t_m$  kuvaavaan indeksiin  $m$ , jolloin jatkuvasta signaalista  $s_w(t)$  tulee diskreetti signaali  $s_w(t_m)$ . Tällöin



vaihe-erotuksen estimaatiksi (joka on  $\hat{\phi}$ :n diskreetti versio) ajanhetkellä  $t_m$  saadaan

$$\Delta\hat{\phi}_e(t_m) = \angle \left\{ \sum_x ss_w(x, t_m) ss_w^*(x, t_{m-1}) \right\}. \quad (3.14)$$

Vaihevirheen estimaatti saadaan tässä diskreetissä tapauksessa kumulatiivisena summana. Siis ajanhetkellä  $t_m$  vaihevirheen estimaatin arvo on

$$\hat{\phi}_e(t_m) = \sum_{i=1}^m \Delta\hat{\phi}_e(t_i), \quad (3.15)$$

kun asetetaan  $\hat{\phi}_e(t_1) = 0$ . Estimaatin (3.14) laskemisessa on syytä kiinnittää huomiota laskuoperaatioiden järjestykseen. Siis kaikkien etäisyysalkioiden vaihegradientit lasketaan ensiksi koherentisti (kompleksisina) yhteen, jonka jälkeen saadusta kompleksiluvusta otetaan vaihekulma. Tämä koherentti integrointi painottaa estimaatteja niiden amplitudien mukaisesti, jolloin oletuksen (3.8) pätiessä painotetaan eniten parhaimman signaalikohina-suhteen omaavia estimaatteja.

Kolmas tapa estimoida vaihevirhefunktiota perustuu tilastolliseen pääkomponenttianalyysiin [32]. Tällöin jokaista kompleksisen virhefunktion komponenttia  $e(t_m) = \exp(i\phi_e(t_m))$  käsitellään satunnaismuuttujana ja jokaista etäisyysalkiota havaintona. Koska jokaisessa etäisyysalkiossa signaali on kompleksista vaihetekijää  $\exp(i\phi_0)$  vaille virhefunktio  $e$ , voidaan tällöin pääkomponenttianalyysin avulla estimoida tarvittavia vaihekorjauksia  $\phi_e(t_m)$ . Pääkomponenttianalyysin mukaan suurimman uskottavuuden estimaatit ovat nyt satunnaismuuttujista  $\exp(i\phi_e(t_m))$  muodostetun kovarianssimatriisin suurinta ominaisarvoa vastaavan ominaisvektorin alkioita.

PGA:n viimeisessä vaiheessa korjataan vaihevirheet alkuperäisestä etäisyyskompressoidusta signaalista (3.2) saadun vaihevirhefunktion estimaatin  $\hat{\phi}_e(t)$  avulla. Tämä tehdään kertomalla alkuperäinen signaali estimaattifunktion  $\hat{e}(t) = \exp(i\hat{\phi}_e(t))$  kompleksikonjugaatilla. Vaihekorjatuksi signaaliksi  $ss_k$  saadaan siten

$$ss_k(x, t) = ss(x, t)\hat{e}^*(t) = ss(x, t)e^{-i\hat{\phi}_e(t)}. \quad (3.16)$$

Tämän jälkeen voidaan muodostaa vaihekorjattu kuva ottamalla korjatusta signaalista Fourier-muunnos hitaan ajan suhteen. Tässä vaiheessa PGA toteuttaa edellä esitetyt toimenpiteet uudestaan vaihekorjatulle SAR-kuvalle, eli algoritmi toteutetaan iteratiivisesti. Iteratiivisen korjauksen tarvetta ja lopettamista käsitellään seuraavassa kohdassa tarkemmin.

### 3.2.3 Menetelmän analysointia

Kirkkaiden pisteiden (amplitudiltaan suurimpien sirottajien) keskitys on oleellista PGA:n suorittaman etäisyysalkioiden yli tehtävän koherentin summaamisen (eli estimaattien keskiarvoistamisen) kannalta. Mikäli kirkkaita pisteitä ei siirretä sivusuunnan nollataajuusalkioon, on niistä heijastuneessa signaalissa lineaarinen vaihetermi hitaassa ajassa yhtälön (3.2) mukaisesti vaihevirhefunktion lisäksi. Tällöin laskettaessa signaalin derivaattaa aiheuttaa tämä lineaarinen termi kuhunkin laskettuun derivaatan arvoon sirottajan sivusuuntaisesta sijainnista riippuvan vakiovaiheen. Koska tämä vakiovaihe on kullekin sirottajalle ja etäisyysalkiolle satunnainen, ei virhefunktion  $e$  estimaatteja voida laskea koherentisti yhteen eri etäisyysalkioiden välillä aiheuttamatta merkittävää tilastollista harhaa. Siis kirkkaiden pisteiden keskitys mahdollistaa sen, että summat yhtälöissä (3.12) ja (3.14) voidaan laskea kompleksisena, jolloin koherentti summaaminen toimii painotettuna keskiarvon laskemisena ja parantaa saatavan estimaatin luotettavuutta. Tällöin estimointi painottaa automaattisesti amplitudiltaan suurimmista näytteistä saatuja tuloksia. Lisäksi kirkkaiden pisteiden keskityksestä voi olla hyötyä seuraavassa vaiheessa suoritettavaa ikkunointia varten.

Keskitetyn kuvan suorakaideikkunoinnin tarkoituksena on mahdollisimman tarkasti ikkunoida ideaalisesta sinc-tyyppisestä impulssifunktiosta  $S_i$  vaihevirheiden takia defokusoitunut ja levinnyt pisteleviämiskäyrä  $S_i * E$  kussakin etäisyysalkiossa. Ikkunan ulkopuolelle jäävä signaalin osa hylätään estimoinnin luotettavuuden parantamiseksi. Tällöin estimointiin käytetään ainoastaan sitä osaa signaalista, jonka signaali-kohina-suhde on paras. Tarkoituksena on saada oletus (3.8) vastaamaan mahdollisimman hyvin todellista tilannetta. Koska PGA valitsee kustakin etäisyysalkiosta voimakkaimman sirottajan pelkästään amplitudin perusteella, saattavat lähellä toisiaan sijaitsevat voimakkaat sirottajat heikentää estimoinnin laatua. Tämän välttämiseksi voidaan estimointiin käytettävien sirottajien valintaan käyttää toisenlaisia kriteerejä. Yksi esimerkiksi tällaisesta kriteeristä on etäisyyskompressoituneen signaalin etäisyysalkion amplitudin varianssi. Varianssi on pienimmillään silloin, kun etäisyysalkiossa on yksi dominoiva sirottaja, joka on näkyvässä koko koherentin prosessointiajan. Toisaalta lähellä toisiaan sijaitsevien sirottajien aiheuttama interferenssi voi aiheuttaa amplitudiin huomattavaa vaihtelua, jolloin tällaiset etäisyysalkiot voidaan hylätä estimointiprosessista. Erilaisia painokertoimia estimoinnissa käsitellään tarkemmin kohdassa 3.2.4.

Tärkeä ikkunointiin liittyvä käytännön ongelma on oikeanlaisen ikkunan leveyden valitseminen kullekin PGA:n iteraatiolle. Ideaalisen ikkunan leveyden löytäminen riippuu pitkälti kuvattavan alueen heijastuvuus-

funktion laadusta. Asian havainnollistamiseksi käsitellään kahta ääritapaus-ta. Ensimmäisessä tapauksessa alueelta löytyy runsaasti estimointiproses-sin kannalta laadukkaita ja selkeästi ympäristöään dominoivia lähes piste-mäisiä sirottajia. Tällöin voidaan hyödyntää tehtyä oletusta, jonka mukaan vaihevirheet ovat sirottajan sijainnista riippumattomia. Ensiksi summataan edellisessä vaiheessa keskitetty kuva etäisyysalkioiden yli epäkoherentis-ti. Tällöin saadaan keskiarvo vaihekorruptoituneen pisteleviämiskäyrän  $S_i * E$  itseisarvosta eli amplitudiverhokäyrästä. Ikkunan leveys määritetään tämän funktion huipun leveyden perusteella. Koska saatu summafunktio on muodostettu keskitetyistä etäisyysalkiosta, on sen huippukohta origos-sa. Defokusoituneesta kuvasta muodostettu summafunktio muodostaa täl-löin origon ympärille selkeästi levinneen lähes symmetrisen huipun (ks. ku-va 3.4). Toisaalta mitä parempi kuvan fokus on, sitä kapeammaksi piikiksi origon ympäristössä tämä summafunktio muuttuu. Ikkunan leveys voidaan tällöin valita automaattisesti siten, että se kattaa alueen joka päättyy sum-mafunktion johonkin valittuun kynnsarvoon. Tämä kynnsarvo voidaan määrittellä esimerkiksi jokin sopiva luku kertaa pienemmäksi kuin funktion maksimiarvo. Tällaista menetelmää käytettäessä tulee ikkunan leveydeksi viimeisissä iteraatioissa tyypillisesti vain muutama näyte kuvan ollessa jo melko hyvin fokuoitu.

Toisessa ääritapauksessa kuvattavan alueen heijastuvuusfunktio koos-tuu ainoastaan tasaisesti heijastavasta taustasta eikä sisällä voimakkaita pis-temäisiä sirottajia ollenkaan. Tällöin edellä esitetty periaate ikkunan koon määrittämiseksi keskitetystä kuvasta muodostetusta summafunktiosta ei on-nistu. Tämä siksi, että dominoivien sirottajien puuttuessa summafunktio ei käyttäydy yllä esitetyllä tavalla. Tällöin järkevä tapa suorittaa ikkunointi on valita ikkunan leveys ensimmäisessä iteraatioissa riittävän suureksi ja pie-nentää sitä seuraavilla iteraatioilla jollakin sopivalla painokertoimella. Mo-lemmissa tapauksissa riittävän leveän ikkunan valitseminen ensimmäises-sä iteraatioissa vaikuttaa merkittävästi saatavan estimaatin luotettavuuteen. Nimittäin mikäli osa vaihevirhefunktion merkittävistä taajuuskomponen-teista jää ikkunan ulkopuolelle, ei niiden aiheuttamaa vaihevirhettä pysty-tä estimoimaan enää myöhemmissä iteraatioissa (olettaen että ikkunaa ai-na pienennetään, mikä on ainoa järkevä vaihtoehto). Liian leveän ikkunan käyttäminen ensimmäisissä iteraatioissa puolestaan heikentää estimoinnin konvergoitumista päästämällä suuremman määrän kohinaa estimointipro-sessiin. Erityisesti mikäli signaali-kohinasuhde on riittävän huono, konver-goitumista ei välttämättä tapahdu ollenkaan. Yllä mainituista syistä johtuen ikkunan leveyden valitsemiseen on miltei mahdotonta käyttää mitään yleis-pätevää menetelmää, vaan oikea menetelmä on aina valittava tapauskoh-taisesti kohdealueen heijastuvuusfunktion laadun perusteella. Varmin tapa

ikkunoinnin suorittamiseen on valita aluksi taatusti riittävän leveä ikkuna ja pienetää sitä progressiivisesti iteraatiosta toiseen.

Estimaatioprosessin iteratiivisuuden tarvetta voidaan perustella seuraavasti. Ensimmäisissä iteraatioissa kuvan ollessa hyvin defokusoitunut on vaikeaa arvioida täsmälleen missä kohdassa estimointiin käytettävät dominoivat sirottajat sijaitsevat. Tästä johtuen siirrettäessä näitä sirottajia nolataajuusalkioon  $\omega = 0$  ei lopputulos ole täsmällinen. Tällöin palattaessa  $t$ -alueeseen käänteisellä Fourier-muunnoksella kunkin sirottajan vaihehistoriassa esiintyy vaihevirheen lisäksi pieni lineaarinen termi. Tämä termi heikentää vaihevirheen estimointia, kuten jo yllä todettiin. Suoritettaessa useita iteraatioita dominoivien sirottajien keskitys onnistuu paremmin kuvan fokuksen parantuessa ja pisteleviämiskäytöiden huippujen kaventuessa. Näin ollen estimoinnin tarkkuus paranee lineaaristen vaihetermien pienentyessä. Lisäksi estimointiprosessiin mukaan tuleva kohina aiheuttaa tarvetta iteratiivisuudelle. Kuvan fokuksen paraneminen mahdollistaa kaavamman ikkunan käytön, jolloin estimointiprosessiin mukaan pääsevän kohinan määrä vähenee iteraatioiden kuluessa.

Iteraatioprosessin lopetuskriteerinä voidaan käyttää joko estimoidusta vaihevirhefunktiosta tai kunkin iteraation jälkeen muodostetusta SAR-kuvasta laskettuja tilastollisia suureita. Esimerkiksi vaihevirhefunktion neliöllisen keskiarvon neliöjuuri (RMS, *root mean square*) on hyvä mittari estimoinnin konvergoitumisen arvioimiseen. Iterointi voidaan lopettaa kun estimoidun vaihevirheen RMS tulee pienemmäksi kuin jokin valittu kynnyisarvo. Muodostetun SAR-kuvan laadun ilmaisimina toimivat esimerkiksi amplitudien keskihajonnan ja keskiarvon suhde sekä intensiteettien neliöiden summa. Nämä suureet ovat maksimissaan kuvan sisältäessä mahdollisimman paljon teräviä pistemäisiä sirottajia. Erityisesti neliöllisten intensiteettien summa kuvaa hyvin kuvaan integroidun energian määrää eli koherentin integroinnin onnistumista. Kuvan laatua ilmaisevia suureita (joi-ta voidaan kutsua kuvan kontrastiksi) käsitellään tarkemmin kohdassa 3.3 kontrastin optimointiin perustuvien autofokusmenetelmien yhteydessä.

### 3.2.4 Toiminnallisuuden hienosäätöä

Kirkkaiden pisteiden keskityksen tarkoituksena on poistaa sirottajan sivusuuntaisen sijainnin  $\omega_p$  aiheutama lineaarinen vaihehistoria etäisyyskompressoidusta signaalista (3.2). Tämä puolestaan mahdollistaa eri etäisyysalkioista saatavien estimaattifunktioiden  $e$  koherentin yhteenlaskun. Mikäli kohdealue ei sisällä voimakkaita pistemäisiä sirottajia tai kuva on hyvin defokusoitunut, ei kirkkaiden pisteiden keskitys toimi optimaalisesti. Tästä syystä lineaarisen vaihehistorian vaikutuksen poistamiseen kannattaa käyt-

tää jotakin yleispätevämpää menetelmää.

Käytetään hyödyksi havaintoa, että vaihevirhefunktiota estimoitaessa vakiovaiheella ei ole merkitystä autofokuksen ja sivusuuntaisen kuvanmuodostuksen kannalta. Vakiovaihe ainoastaan siirtää kutakin sirottajaa etäisyysuunnassa hieman, mutta tämä on kuvanmuodostuksen kannalta merkityksetöntä. Lineaariset vaihehistoriat etäisyyskompressoidussa signaalissa aiheuttavat sen, että eri etäisyysalkioista saadut estimaatit vaihevirhefunktion derivaatalle poikkeavat toisistaan satunnaisen vakiovaiheen verran. Näiden vakiovaiheiden vaikutus voidaan eliminoida muuttamalla kaikki estimaatit nollakeskiarvoisiksi. Tämä suoritetaan vähentämällä kunkin etäisyysalkion estimaatista sen odotusarvo. Odotusarvo saadaan kätevimmin laskettua kompleksisten yhteenlaskujen avulla, jolloin välttyään monikäsitteisyysongelmilta vaiheen määrittämisessä. Vaihevirhefunktion aikaderivaatan estimaatin odotusarvo saadaan siis kuten

$$\langle \Delta \hat{\phi}_e \rangle = \langle \angle \left\{ \exp(i\Delta \hat{\phi}_e) \right\} \rangle = \angle \left\{ \sum_m \exp(i\Delta \hat{\phi}_e(t_m)) \right\}. \quad (3.17)$$

Saatu odotusarvo vähennetään kustakin vaihevirhefunktion aikaderivaatan estimaatista, jolloin saadaan uusi estimaattifunktio

$$\Delta \hat{\phi}'_e(t_m) = \angle \left\{ \exp \left[ i(\Delta \hat{\phi}_e(t_m) - \langle \Delta \hat{\phi}_e \rangle) \right] \right\}. \quad (3.18)$$

Suorittamalla kaikki laskuoperaatiot kompleksilukujen avulla  $(x, t)$ -alueessa saadaan tällä tavalla lineaaristen vaihehistorioiden vaikutus eliminoitua hyvin laskentatehokkaalla ja yksinkertaisella tavalla.

Kun vaihevirhefunktion derivaatan estimointi suoritetaan kohdassa 3.2.2 esitetyllä tavalla koherenttina yhteenlaskuna etäisyysalkioiden yli, kunkin etäisyysalkion painokerroin määräytyy alkion signaalin amplitudin  $a_0$  perusteella. Tämä on estimoinnin kannalta optimaalinen tilanne, mikäli oletus (3.8) pätee hyvin. Tällöin estimoinnissa painottuvat ne etäisyysalkiot, joiden signaali-kohinasuhde on paras. Tietyntyyppisille kohdealueille oletus (3.8) ei kuitenkaan ole riittävän hyvä. Mikäli esimerkiksi etäisyysalkiossa on useita voimakkaita sirottajia lähellä toisiaan, oletus (3.8) ei päde ja amplitudipainotus voi heikentää estimoinnin tulosta.

Tilanteissa, joissa oletus (3.8) ei toteudu riittävällä tarkkuudella eri etäisyysalkioista saatavien estimaattien painotus on syytä tehdä toisella tavalla. Tämä tarkoittaa sitä, että ennen koherenttia summaamista kunkin etäisyysalkion vaihetermi  $a_0 \exp(i\Delta \hat{\phi}_e(t_m))$  normalisoidaan siten, että amplitudikerroin  $a_0$  häviää. Tämän jälkeen kullekin etäisyysalkiolle lasketaan painokerroin, joka kuvaa kyseisen etäisyysalkion laatua estimointiprosessin kannalta. On siis jollain menetelmällä arvioitava sitä, että kuinka hyvin oletus (3.8) pätee kullekin etäisyysalkiolle.

Yksinkertainen tapa painokertoimen laskemiseen on seurata etäisyyskompressoitujen signaalien amplitudin vaihtelua. PFA-algoritmissa kaksiuotteisen interpolaation jälkeen etäisyyskompressoitussa signaalissa sirottajien liike etäisyysalkioista toiseen on kompensoitu (kun tasoaalto-oletus pätee). Tällöin voidaan laskea kullekin etäisyysalkiolle sen amplitudin varianssi. Etäisyysalkion  $x_n$  amplitudin varianssi on

$$\sigma_n^2 = \langle |ss(x_n, t)|^2 \rangle - \langle |ss(x_n, t)| \rangle^2 = \langle |ss(x_n, t)|^2 \rangle - \mu_n^2, \quad (3.19)$$

jossa  $\mu_n = \langle |ss(x_n, t)| \rangle$  ja odotusarvot lasketaan hitaan ajan  $t$  suhteen. Mikäli etäisyysalkiossa on oletuksen (3.8) mukaan yksi voimakas sirottaja, on varianssi (3.19) tällöin pieni. Mikäli taas etäisyysalkio sisältää useita lähellä toisiaan olevia voimakkaita sirottajia, on amplitudissa selkeää vaihtelua näistä sirottajista heijastuneiden signaalien interferenssin takia. Näin ollen painokertoimena voidaan käyttää etäisyysalkion amplitudin käänteistä varianssia. Oletuksen (3.8) vahvistamiseksi käänteinen varianssi voidaan vielä kertoa etäisyysalkion amplitudin keskiarvolla  $\mu_n$ . Tällöin painokerroin korostaa niitä etäisyysalkiota, jotka sisältävät eniten energiaa. Estimointi suoritetaan siis kertomalla kukin etäisyysalkion  $x_n$  amplitudillaan normalisoitu vaihetermi  $\exp(i\Delta\hat{\phi}_e(t_m))$  painokertoimella  $\mu_n/\sigma_n^2$  ja summaamalla estimaatit kaikkien etäisyysalkioiden yli.

### 3.2.5 Esimerkki

Käytetään kuvassa 1.4 esitettyä Gotcha Challenge-projektin [8] SAR-signaalia vaihegradienttimenetelmän toiminnan demonstroimiseen. Etäisyyskompressoituu signaaliin indusoidaan ensiksi korkeataajuinen sinimuotoinen vaihevirhe 3.14, jonka vaikutuksesta muodostettaessa SAR-kuva PFA-algoritmillä päädytään tulokseen 3.1. Verrattuna ideaaliseen kuvaan 1.5 havaitaan vasteen leviäminen sivusuunnassa. Leviämisen aiheuttama mekanismi voidaan ymmärtää yhtälön (3.3) perusteella. Mitä nopeampia muutoksia (eli korkeataajuisempia komponentteja Fourier-integraalissa) vaihevirhefunktio  $\phi_e$  sisältää, sitä leveämpi on funktion  $e(t) = \exp(i\phi_e(t))$  Fourier-muunnos  $E$ . Mitä levemmän funktion kanssa ideaalinen kuvafunktio  $S_i$  konvoloidaan, sitä voimakkaammin se leviää eli defokusoituu.

Kuvissa 3.2 ja 3.3 nähdään SAR-kuvat kirkkaiden pisteiden keskityksen jälkeen PGA:n ensimmäisen ja toisen iteraation aikana. Kuviiin 3.4 ja 3.5 on SAR-kuvien 3.2 ja 3.3 intensiteeteistä laskettu keskiarvo etäisyys-suunnan yli. Ensimmäisen iteraation kuvasta 3.4 huomataan selkeästi defokusoitumisen aiheuttama leviäminen kirkkaimpien pisteiden vasteessa. Koska SAR-kuva 1.5 sisältää useita voimakkaita sirottajia, voidaan suorakaideikkunan leveys tässä tapauksessa määrittää kuvien 3.4 ja 3.5 perus-

teella automaattisesti yllä kuvatun kynnystämisooperaation avulla. Kynnysarvoksi on tässä tapauksessa asetettu 10 dB huippuarvoa pienempi arvo. Toisessa iteraatiossa 3.5 voimakkaimpien sirottajien vaste muodostaa jo hyvin kapean piikin, mikä kertoo jäljellä olevien vaihevirheiden olevan enää pieniä.

PGA:n lopetuskriteerinä voidaan käyttää esimerkiksi estimoidun vaihevirheen neliöllisen keskiarvon neliöjuurta 3.6 tai intensiteettikuvan kontrastia 3.7. Kontrasti voidaan määritellä eri tavoin, tähän palataan tarkemmin kohdassa 3.3. Kyseisten mittarien avulla voidaan vertailla yllä kohdassa 3.2.2 ja 3.2.4 esitettyjä erilaisia estimointitapoja keskenään. Vertailaan ensiksi kirkkaiden pisteiden keskityksen ja yhtälön (3.18) mukaisen operaation vaikutusta estimointiprosessin konvergoitumiseen, kun vaihevirhefunktiota estimoidaan yhtälön (3.15) mukaisesti. Kyseisten menetelmien on tarkoitus eliminoida sirottajien ideaalisesta etäisyysmuutoksesta aiheutuvien lineaaristen vaihehistorioiden vaikutus vaihevirhefunktion estimoinnissa. Kuvassa 3.8 on piirretty intensiteettikuvan kontrasti näille kahdelle eri menetelmälle kunkin PGA:n iteraation jälkeen. Kuvan 3.8 kvantitatiivista tulosta vahvistaa myös ensimmäisen iteraation jälkeen muodostetuista SAR-kuvista 3.9 ja 3.10 havaittava kvalitatiivinen ero. Operaatio (3.18) havaitaan siten kirkkaiden pisteiden keskitystä tehokkaammaksi tavaksi eliminoida lineaaristen vaihehistorioiden vaikutus estimointiprosessissa.

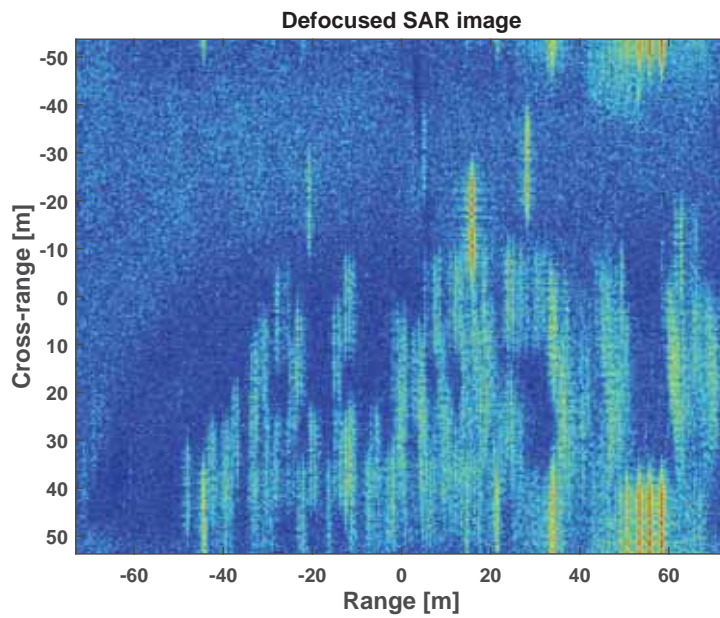
Kohdassa 3.2.2 esitettyjen estimaatiotapojen vertailua on esitetty kuvissa 3.11 ja 3.12. Estimoinnissa käytetyt menetelmät ovat (3.13) (sininen), (3.15) (vihreä), pääkomponenttianalyysi (punainen) ja kohdassa 3.2.4 kuvattu käänteisen varianssin painotus (musta). Havaitaan, että estimointitavoissa ei tässä tapauksessa ole merkittävää eroa. Kuvassa 3.13 on piirretty 10 iteraation jälkeen estimaatilla (3.15) korjattu SAR-kuva. Estimoitu ja indusoitu vaihevirhe näkyvät kuvassa 3.14.

### **3.3 Optimointiautofokus**

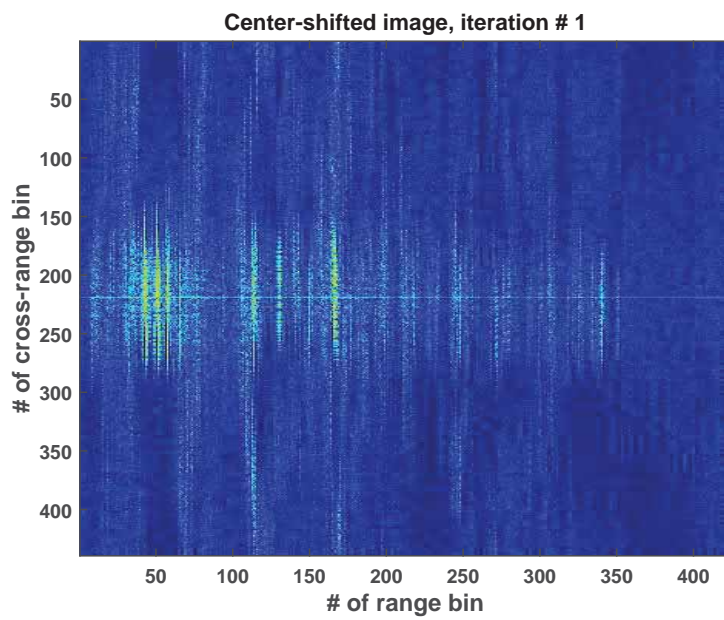
#### **3.3.1 Johdanto**

Tässä kohdassa käytetään matemaattiseen optimointiin perustuvaa lähestymistapaa autofokuksen suorittamiseen. Idea on kirjallisuudessa tunnettu kontrastin optimointina [23, 24, 25, 26, 27]. Tavoitteena on löytää muodostetusta SAR-kuvasta jokin sellainen mittari, joka on minimissään tai maksimissaan kuvan ollessa optimaalisessa fokuksessa.

Kuvasta optimoitavaa suuretta kutsutaan optimointiteoriassa kohdefunktioksi. Kohdefunktio on reaaliarvoinen usean muuttujan funktio, jonka minimipistettä optimoitaessa etsitään. Kohdefunktion  $L$  muuttujat riippuvat

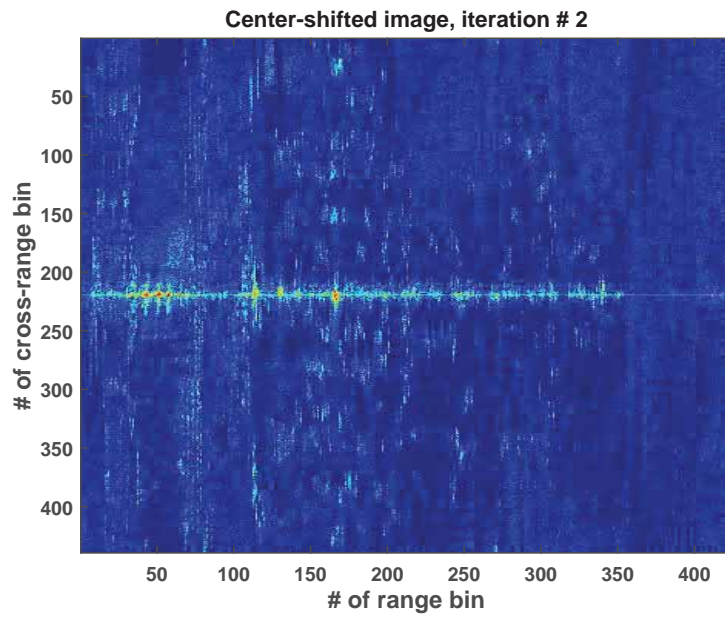


Kuva 3.1: Defokusoitunut SAR-kuva.

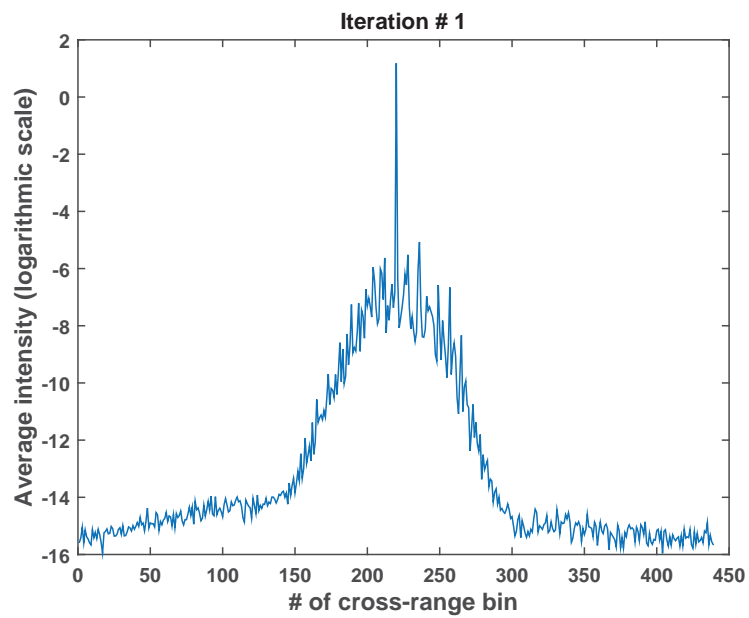


Kuva 3.2: Keskitty SAR-kuva ensimmäisessä iteraatiossa.

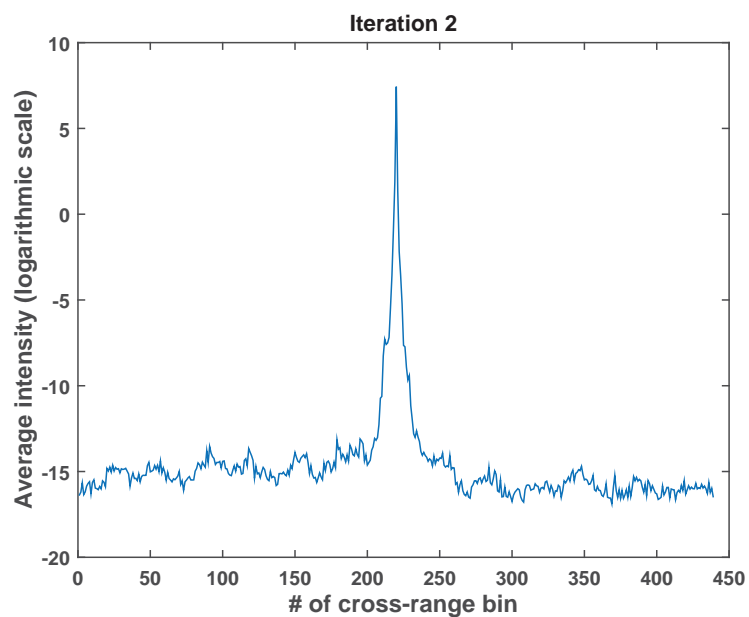




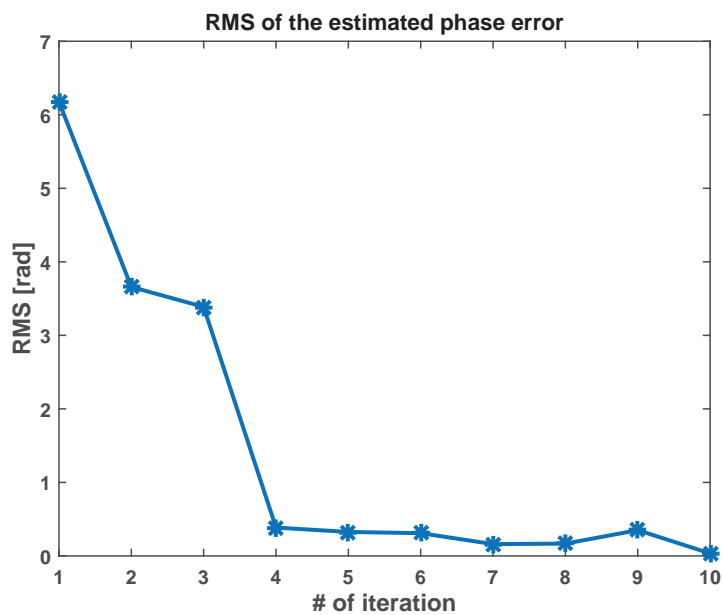
Kuva 3.3: Keskitty SAR-kuva toisessa iteraatiossa.



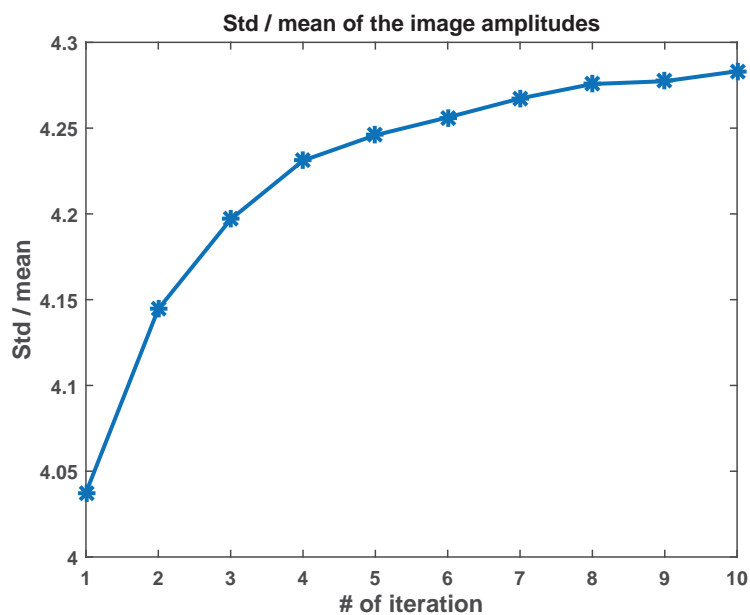
Kuva 3.4: Etäisyys suunnan yli laskettu keskiarvo intensiteettikuvasta 3.2 (ensimmäinen iteraatio).



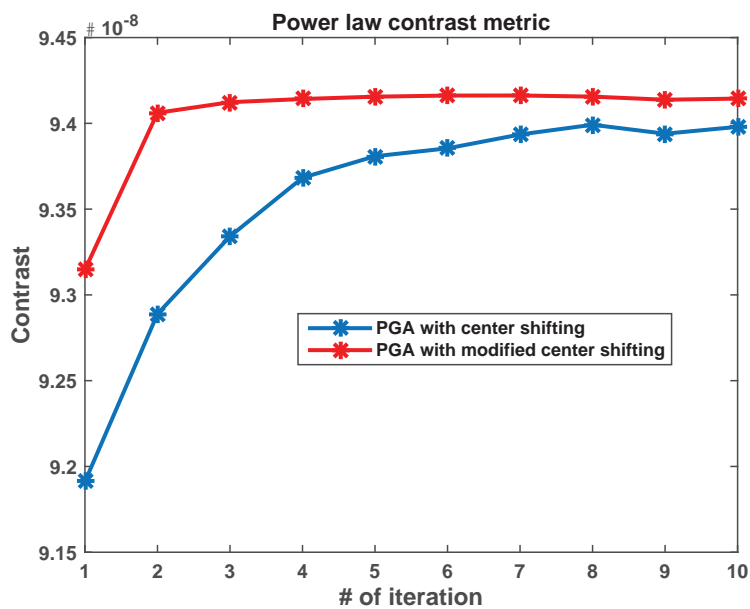
Kuva 3.5: Etäisyys suunnan yli laskettu keskiarvo intensiteetikuvasta 3.3 (toinen iteraatio).



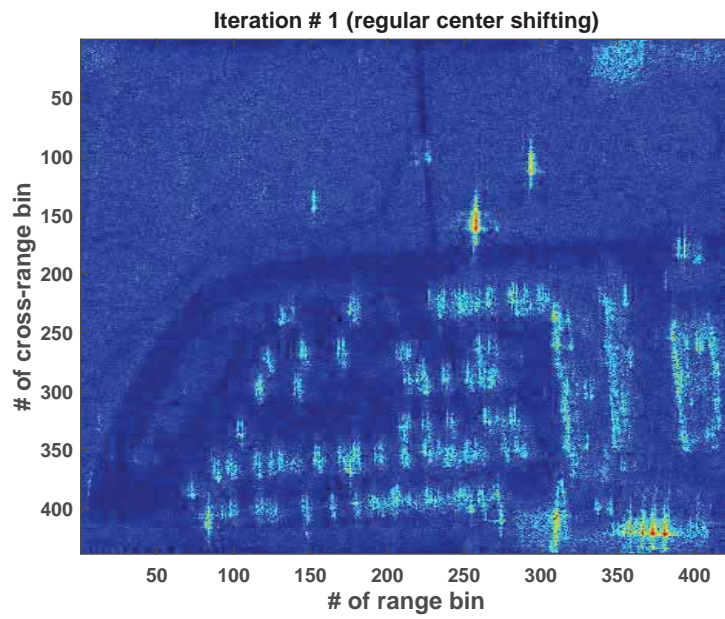
Kuva 3.6: Kullakin iteraatiolla estimoidun vaihevirheen neliöllisen keskiarvon neliöjuuri.



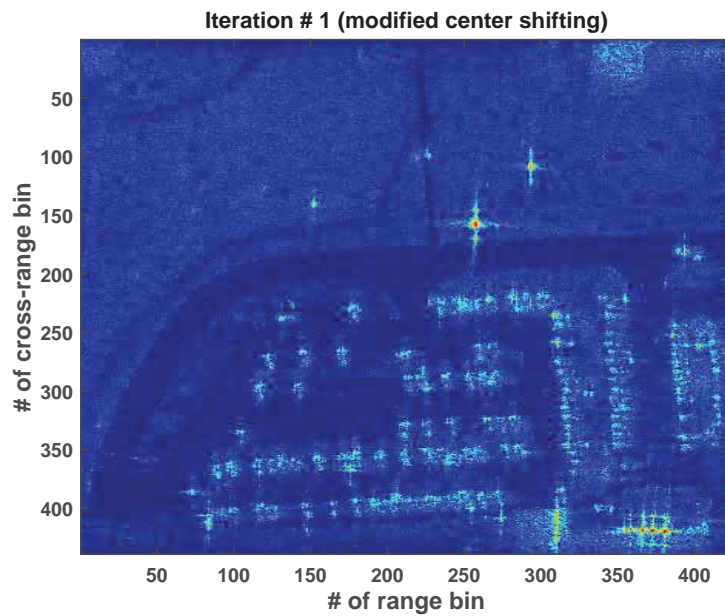
Kuva 3.7: Intensiiteettikuvan amplitudien keskihajonnan ja keskiarvon suhde kunkin iteraation jälkeen.



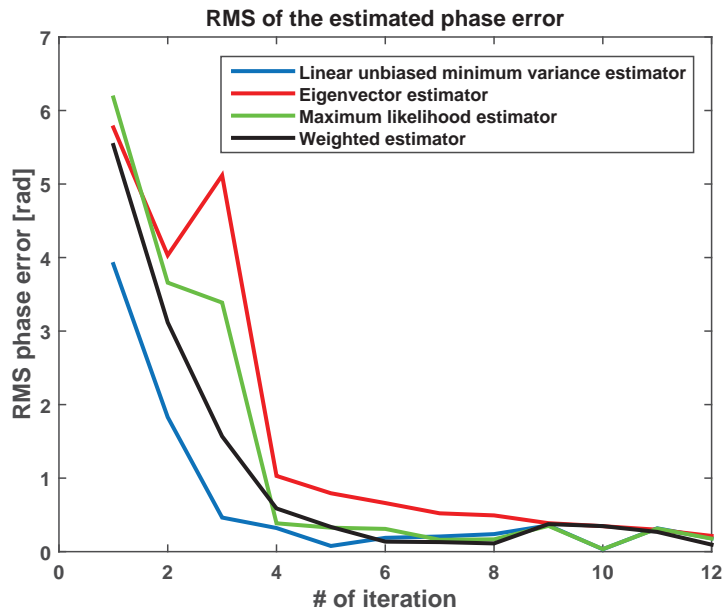
Kuva 3.8: Kirkkaiden pisteiden keskityksellä (sininen) ja yhtälön (3.18) mukaisella operaatiolla (punainen) varustettujen algoritmien vertailu.



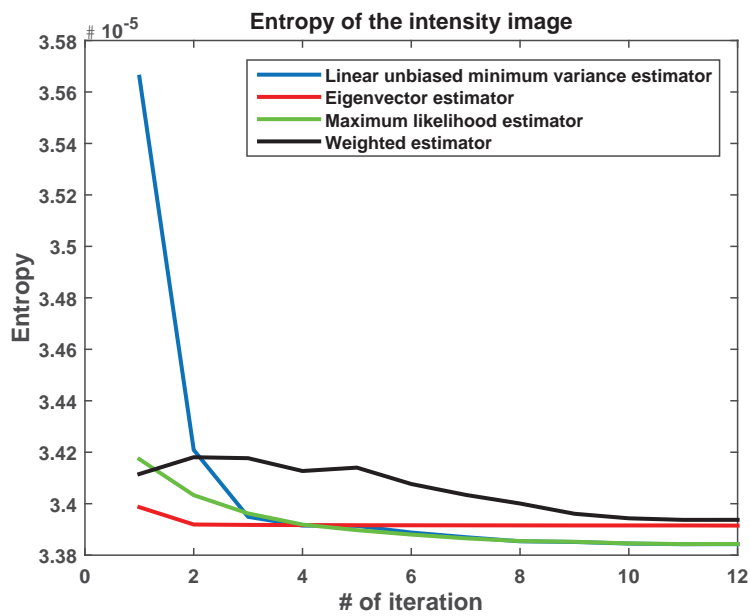
Kuva 3.9: SAR-kuva ensimmäisen iteraation jälkeen käytettäessä kirkkaiden pisteiden keskitystä.



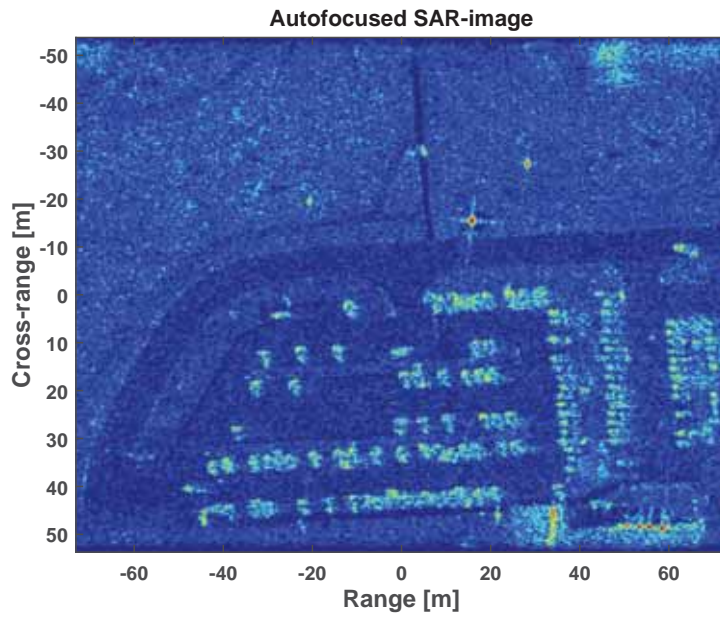
Kuva 3.10: SAR-kuva ensimmäisen iteraation jälkeen yhtälön (3.18) mukaista operaatiota.



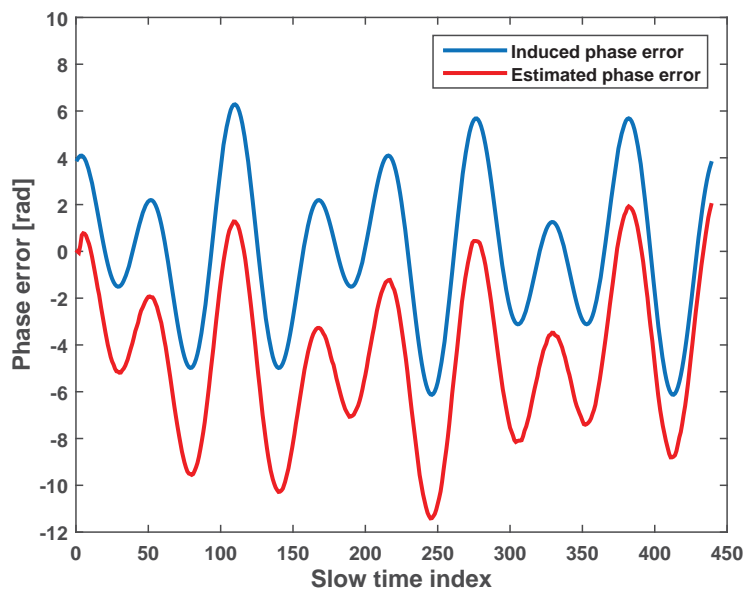
Kuva 3.11: Estimaatiomenetelmien vertailua vaihevirheen neliöllisen keskiarvon neliöjuuren avulla.



Kuva 3.12: Estimaatiomenetelmien vertailua intensiteettikuvan entropian avulla.



Kuva 3.13: Vaihegradienttimenetelmällä fokusoitu SAR-kuva.



Kuva 3.14: Indusoitu vaihevirhe (sinisellä) ja PGA:lla estimoitu vaihevirhe (punaisella).

optimointiongelman määrittelystä. Esimerkiksi spotlight-autofokuksessa on luonnollista käyttää muuttujina yksiulotteisen vaihevirhefunktion  $\phi_e$  komponenttien estimaatteja  $\hat{\phi}_e(t_m)$ . Ongelman parametrisointi on kuitenkin täysin vapaasti valittavissa. Lisäksi optimointiongelma voidaan määritellä siten, että se on riippumaton tavasta, jolla SAR-kuva muodostetaan. Nämä seikat tekevät optimointipohjaisesta autofokusratkaisusta hyvin joustavan ja houkuttelevan vaihtoehdon.

Optimointiautofokuksen onnistumisen kannalta hyvin oleellinen asia on kohdefunktion valitseminen. SAR-autofokuksen tapauksessa osoitetaan, että kohdefunktio on syytä valita kuvattavan alueen heijastuvuusfunktion laadun mukaan [26]. Optimointiautofokuksen käyttöä SAR-tutkan signaalinkäsittelyssä on toistaiseksi rajoittanut riittävän laskentakapasiteetin puute. Laskennallinen taakka aiheutuu siitä, että jokaista kohdefunktion arvoa varten on muodostettava SAR-kuva halutuilla muuttujien (eli vaihekorjauksien) arvoilla. Laskentakapasiteetin kasvaminen kuitenkin mahdollistaa tulevaisuudessa optimointiautofokuksen hyödyntämisen yhä enenevässä määrin.

### 3.3.2 Ongelman määrittely ja parametrisointi

Lähestytään spotlight-autofokus-ongelmaa käyttämällä kohdefunktion muuttujina ainoastaan hitaasta ajasta riippuvan vaihevirhefunktion komponenttien estimaatteja  $\hat{\phi}_e(t_m)$ . Siirrytään seuraavaksi yksinkertaisempaan merkintätapaan, jossa  $\hat{\phi}_e(t_m)$  korvataan merkinnällä  $\phi_m$ . Etäisyyskompressoitun signaalin vaihekorjaus suoritetaan kuten vaihegradienttimenetelmässä, eli vaihekorjattu signaali on muotoa  $ss(r, t_m) \exp(-i\phi_m)$ . Käytetään lisäksi vaihekorjaukselle vektorinotaatiota

$$\boldsymbol{\phi} = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \dots \quad \phi_M]^T. \quad (3.20)$$

Autofokuksen suorittaminen tarkoittaa nyt sitä, että etsitään muuttujille  $\phi_m$  (jossa  $m = 1, \dots, M$ ) sellaiset arvot, että kohdefunktio  $L : \mathbb{R}^M \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $L = L(\boldsymbol{\phi})$  on minimissään. Formaalisti autofokus-ongelma voidaan siten esittää muodossa

$$\boldsymbol{\phi}^* = \arg \min_{\boldsymbol{\phi} \in \Theta} L(\boldsymbol{\phi}), \quad (3.21)$$

jossa  $\Theta = [-\pi, \pi]^M$ , kun  $M$  on näytteiden lukumäärä hitaassa ajassa. Siis autofokuksessa etsitään  $M$ -ulotteisen hyperkuution  $\Theta$  pistettä  $\boldsymbol{\phi}^*$ , jossa kohdefunktio  $L$  saa minimiarvonsa. Huomionarvoista on, että kun liikeratavirheet ovat etäisyysalkiota pienempiä ja sirottajien sijainnista riippumattomia, rajoitusehdoksi saadaan  $M$ -ulotteinen hyperkuutio. Optimointiongel-

ma (3.21) voidaan esittää myös vaihtoehtoisessa muodossa

$$\left[ \frac{\partial L}{\partial \phi} \right]_{\phi=\phi^*} = \mathbf{0}. \quad (3.22)$$

Siis minimointiongelma (3.21) voidaan muuttaa ongelmaksi (3.22), mikäli kohdefunktion gradientti voidaan laskea. Tarkoituksena on siis löytää alueesta  $\Theta$  piste  $\phi^*$ , jossa kohdefunktion gradientti häviää. Tällaista pistettä kutsutaan funktion  $L$  stationääriseksi pisteeksi. Jotta ongelma on mielekästä esittää muodossa (3.22), on kyseessä oltava lokaali optimointiongelma. Johtuen tavasta jolla vaihekorjaukset etäisyyskompressoituun signaaliin tehdään, kohdefunktiolla on täsmälleen yksi uniikki minimi välillä  $[-\pi, \pi]$  kussakin koordinaattisuunnassa  $\phi_m$ , kuten kohdassa 3.3.4 tullaan huomaamaan. Syy ongelman (3.21) vaihtoehtoiseen muotoiluun (3.22) piilee siinä, että hyödyntämällä informaatiota kohdefunktion derivaatasta voidaan ongelma ratkaista huomattavasti kevyemmällä laskennalla.

Yllä esitetty ongelman muotoilu vastaa parametritonta autofokusta. Optimointiongelma voidaan kuitenkin määritellä täysin mielivaltaisella tavalla. Mikäli tiedetään, että vaihevirhe on esimerkiksi matalan asteen polynomi tai sinimuotoinen funktio, on yllä esitetty tapa turhaa yliparametrisointia. Tällöin on järkevää käyttää parametrissa lähestymistapaa, jolloin vaihevirhefunktion estimaatti esitetään muodossa

$$\phi_m = \sum_{j=1}^J a_j \psi_j(t_m), \quad (3.23)$$

jossa  $\psi$  on vaihevirheen parametrisointiin käytettävä kantafunktio ja  $a$  sen voimakkuutta kuvaava kerroin. Parametrisessa tapauksessa optimointiongelman ulottuvuus on  $J$ , joka vastaa käytettyjen kantafunktioiden lukumäärää. Tavoitteena on tässäkin tapauksessa löytää sellainen arvo vektorille  $\mathbf{a} = [a_1 \dots a_J]^T$ , että kohdefunktio on minimissään (siis kohdefunktion  $L$  stationäärinen piste  $\mathbf{a}^*$ ).

### 3.3.3 Kohdefunktiot

Optimointiautofokuksen kannalta kriittinen ongelma on sopivan kohdefunktion valitseminen. Tässä kohdassa käydään läpi joitakin SAR-kirjallisuudesta löytyviä sekä kuvankäsittelystä lainattuja kohdefunktiota [33, 34]. Koska kohdefunktio  $L$  on skalaarifunktio ja SAR-kuva on kahden paikamuuttujan funktio, on se yksinkertaisimmassa tapauksessa muotoa

$$L(\phi) = \sum_{x,\omega} \Psi(I_{x,\omega}(\phi)), \quad (3.24)$$



jossa summaus käy kaikkien erottelualkioiden yli ja  $I_{x,\omega}$  on erottelualkion  $(x, \omega)$  intensiteetti-arvo. Jätetään tässä kohdassa merkintöjen yksinkertaistamiseksi intensiteetti-arvojen  $I$  riippuvuus muuttujista  $\phi$  merkitsemättä. Merkitään siis erottelualkion  $(x, \omega)$  intensiteetti-arvoksi  $I = I(x, \omega)$ . Yhtälössä (3.24)  $\Psi$  on jokin mielivaltainen funktio. Jotta optimointiongelma olisi mielekäs, on tämä funktio syytä valita konveksiksi<sup>3</sup>. Lisäksi funktion  $\Psi$  tulee olla jatkuvasti derivoituva, mikäli ongelma halutaan ratkaista yhtälön (3.22) avulla. Koska summausoperaatio yhtälössä (3.24) on kohdefunktion laskemisen kannalta triviaali, on  $\Psi$  siis oleellisesti valittu kohdefunktio. Yleisessä tapauksessa ongelma (3.21) ei ratkea suljetussa muodossa, vaan sen ratkaisemiseen on käytettävä jotakin numeerista likimääräismenetelmää. Koska optimointiongelma on luonteeltaan lokaali, voidaan se tästä huolimatta ratkaista laskennallisesti tehokkaalla tavalla.

Ensimmäinen mahdollinen kohdefunktio on adaptiivisesta optiikasta lainattu potenssilaki [34]

$$\Psi(I) = \begin{cases} -I^\alpha, & \text{kun } \alpha > 1 \\ I^\alpha, & \text{kun } 0 < \alpha < 1. \end{cases} \quad (3.25)$$

Kun  $\alpha > 1$ , potenssilaki on minimissään kun intensiteetiltään suurimpien erottelualkioiden intensiteetti-arvot ovat mahdollisimman suuria. Pienemmillä  $\alpha$ :n arvoilla potenssilaki pyrkii vastaavasti minimoimaan vähän energiaa sisältävien erottelualkioiden intensiteetti-arvoja. Tämän kohdefunktion minimoiminen siis pyrkii aiheuttamaan kuvan intensiteetti-arvoihin hajontaa, joka tyypillisesti kuvaa hyvin kuvan kontrastia.

Potenssilain (3.25) kanssa hyvin analoginen kohdefunktio on intensiteetti-arvojen keskihajonnan ja keskiarvon suhde eli variaatiokerroin (tai normalisoitu keskihajonta) [24]

$$L(I) = -\frac{\sqrt{\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2}}{\langle I \rangle}. \quad (3.26)$$

Potenssilain tavoin tämän kohdefunktion minimointi pyrkii terävöittämään kuvaa aiheuttamalla sen intensiteetti-arvoihin mahdollisimman suurta hajontaa. Yhtälössä (3.26) intensiteetti-arvot  $I$  voidaan korvata myös amplitudiarvoilla  $A = \sqrt{I}$ . Tässä tapauksessa kohdefunktio ei siis ole yksinkertaista muotoa (3.24), joka vaikuttaa optimoinnin toteutumiseen myöhemmin nähtävällä tavalla.

Kuvan informaatioisisältöä kuvaava suure on kuvankäsittelystä lainattu määritelmä entropialle

$$\Psi(I) = -I \ln I, \quad (3.27)$$

<sup>3</sup>tai konkaaviksi, jos käsitellään maksimointitehtävää

jota on käytetty menestyksekkäästi sekä ISAR- että SAR-kuvien autofokuksessa [5, 35]. Kuten edellisinkin kohdefunktiot, entropia saa minimiarvonsa intensiteettien hajonnan ollessa suurta. Vastaavasti entropia kasvaa intensiteettiarvojen vaihtelun pienetyessä, joka on tyypillinen kuvan defokusoitumisesta aiheutuva ilmiö.

Kuvankäsittelyssä kuvan terävyyttä arvioidaan usein intensiteettikuvan gradienttinormien avulla [34]. Tällöin kohdefunktio ei ole yksinkertaista muotoa (3.24). Yksinkertainen esimerkki tällaisesta kohdefunktiosta on intensiteettikuvan  $I(x, \omega)$  gradienttinormien pituuksien neliöiden summa. Diskreetissä tapauksessa kun  $\Delta x$  ja  $\Delta \omega$  ovat erottelualkioiden koot etäisyys- ja sivusuunnassa kohdefunktio on muotoa

$$L(I) = \sum_{m,n} [(I(x_n, \omega_m + \Delta\omega) - I(x_n, \omega_m))^2 + (I(x_n + \Delta x, \omega_m) - I(x_n, \omega_m))^2]. \quad (3.28)$$

Intensiteettikuvan gradientteja voi käyttää kohdefunktion muodostamiseen usealla muullakin tavalla. Esimerkiksi pelkät  $x$  tai  $\omega$ -suuntaiset gradientit taikka suurimmat gradienttinormit voivat toimia kohdefunktiona.

Kohdefunktio voi sisältää myös kynnystämisooperaation. Tällöin tarkoituksena on muodostaa kohdefunktio käyttämällä ainoastaan niitä intensiteettiarvoja (tai kuvan gradienttinormien arvoja), jotka toteuttavat tietyn loogisen ehdon (eli esimerkiksi ovat pienempiä tai suurempia kuin jokin valittu kynnysarvo). Lisäksi kohdefunktion laskennassa voidaan kunkin erottelualkion intensiteettiarvoa painottaa jollakin kertoimella  $w(x, \omega)$ , joka kuvaa jollakin tavalla erottelualkion  $(x, \omega)$  laatua vaihevirheen estimointiprosessin kannalta. Tämä on täysin analoginen operaatio vaihegradienttimenetelmän yhteydessä käsitellyn estimaattien painotuksen kanssa, joten kohdassa 3.2.4 esitettyä käänteisen varianssin painotusta voidaan hyödyntää myös tässä tapauksessa. Näissä menetelmissä rajoituksena on kuitenkin se, että prosessointimenetelmäksi oletetaan projektiivipaateoreemaan perustuva PFA-algoritmi.

### 3.3.4 Suora optimointi

Esitetään ensiksi yksinkertainen, joskin laskennallisesti melko raskaan tapaan ratkaista ongelma (3.21). Ideana on tutkia kohdefunktiota aina yhden muuttujan suhteen kerrallaan. Tämä tarkoittaa sitä, että muutetaan ainoastaan yhden vaihekorjauksen  $\phi_m$  arvoa pitämällä muita vakiona. Esimerkki kohdefunktion käyttäytymisestä eri muuttujien suhteen on esitetty kuvassa 3.15. Kohdefunktio on luonnollisesti  $2\pi$ -jaksollinen johtuen tavasta, jolla

vaihekorjaus tehdään (tästä syystä rajoitusjoukkona on hyperkuutio  $\Theta$  ja  $\phi_m \in [-\pi, \pi]$ ). Lisäksi havaitaan, että sillä on aina täsmälleen yksi lokaali minimi välillä  $[-\pi, \pi]$ . Ongelma on siis luonteeltaan lokaali, joka mahdollistaa vaihtoehtoisen muotoilun (3.22).

Tarkoituksena on minimoida kohdefunktio erikseen jokaisen muuttujan suhteen pitämällä muita vakiona. Koska kohdefunktio ei yleisesti ole separoituva eli summa yksiulotteisista funktioista ( $L(\phi) \neq L_1(\phi_1) + \dots + L_M(\phi_M)$ ), on kyseinen prosessi toistettava useita kertoja lokaalin minimin löytämiseksi  $M$ -ulotteisessa avaruudessa. Yksi iteraatio kyseisestä menetelmästä koostuu siten  $M$  kappaleesta yksiulotteisia optimointiongelmia

$$\phi_m^{k+1} = \arg \min_{\phi_m \in [-\pi, \pi]} L(\phi_1^{k+1}, \dots, \phi_m, \dots, \phi_M^k), \quad (3.29)$$

jossa  $k$  on iteraation numero ja merkinnällä  $\phi_m^k$  tarkoitetaan muuttujan  $\phi_m$  arvoa iteraatiolla  $k$ .

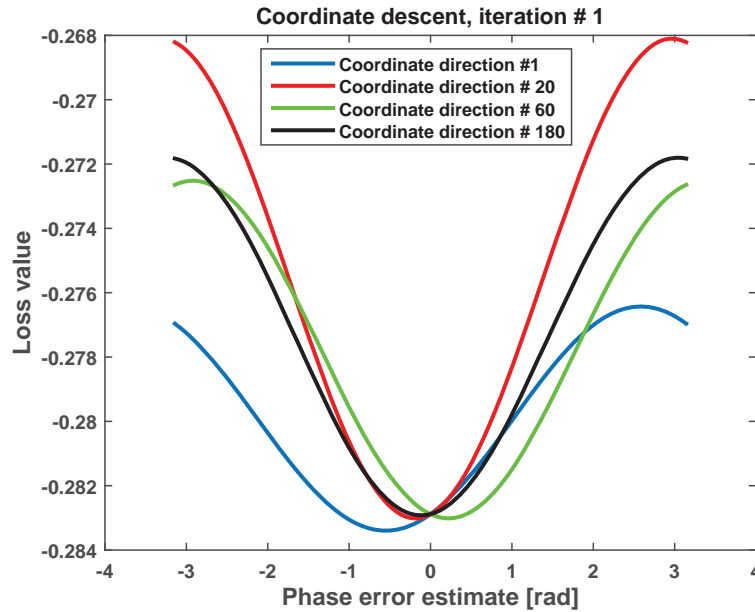
Ongelmien (3.29) ratkaisemiseen voidaan käyttää monenlaisia menetelmiä. Laskennallista taakkaa helpottaa se, että yhdessä iteraatiossa kaikki optimointiongelmät (3.29) voidaan laskea toisistaan riippumatta eli rinnakkain<sup>4</sup>. Kohdefunktion säännöllisen käyttäytymisen ansiosta 5-10 kohdefunktion arviointia riittää tyypillisesti lähes täsmälliseen minimikohdan paikallistamiseen. Esimerkissä 3.3.5 optimointiongelmät on ratkaistu käyttäen kaksivaiheista menetelmää. Ensimmäisessä vaiheessa haarukoidaan keltaisen leikkauksen menetelmällä sellainen väli, jossa minimin tiedetään olevan. Tarkoituksena on, että haarukoitu väli on niin kapea, että kohdefunktio on lähes täsmällisesti neliöllinen kyseisellä välillä. Toisessa vaiheessa käytetään sekanttimenetelmää minimin täsmälliseen paikallistamiseen.

### 3.3.5 Esimerkki

Käytetään seuraavaksi kontrastin optimointia suoralla optimointimenetelmällä 3.3.4 SAR-kuvan 3.1 fokuoimiseen. Yksi iteraatio kyseistä menetelmää tarkoittaa optimointiongelman (3.29) ratkaisemista jokaiselle vaihekorjaukselle  $\phi_m$ . Ongelman lokaali luonne paljastuu tutkimalla kohdefunktion käyttäytymistä eri muuttujien suhteen (pitämällä muita vakiona), kuten kuvassa 3.15 on tehty neljälle eri muuttujalle.

Suoran optimoinnin konvergoitumista voidaan arvioida samaan tapaan kuin vaihegradienttimenetelmän tapauksessa tehtiin eli tutkimalla estimoidun virheen neliöllisen keskiarvon neliöjuurta sekä kohdefunktion (eli SAR-

<sup>4</sup>tällöin ei tosin voida yhden iteraation kuluessa päivittää edellisiä vaihekorjauksia kuten yhtälössä (3.29) on tehty



Kuva 3.15: Kohdefunktion käyttäytyminen neljässä eri koordinaattisuunnassa.

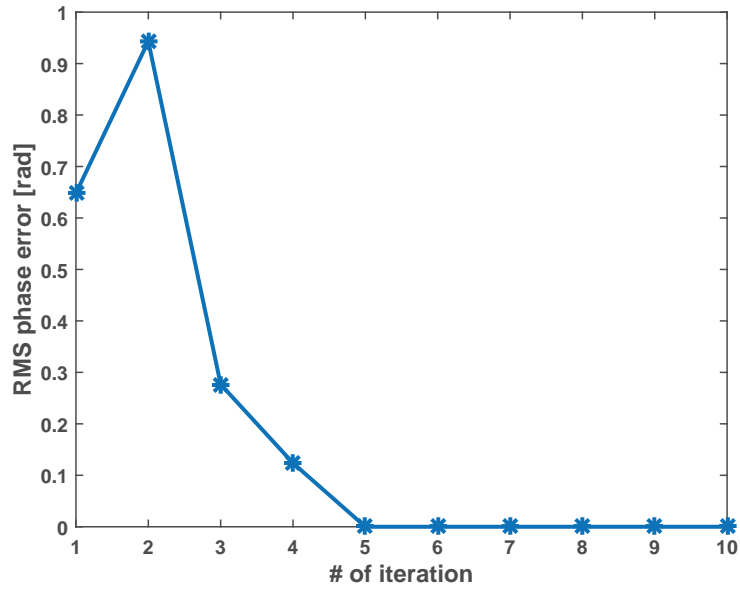
kuvan kontrastin) arvoa kunkin iteraation jälkeen. Nämä ovat piirrettyinä kuvissa 3.16 ja 3.17. Kymmenen iteraation jälkeen saatu SAR-kuva ja estimoitu vaihevirhe näkyvät kuvissa 3.18 ja 3.19.

### 3.3.6 Kohdefunktion gradientti

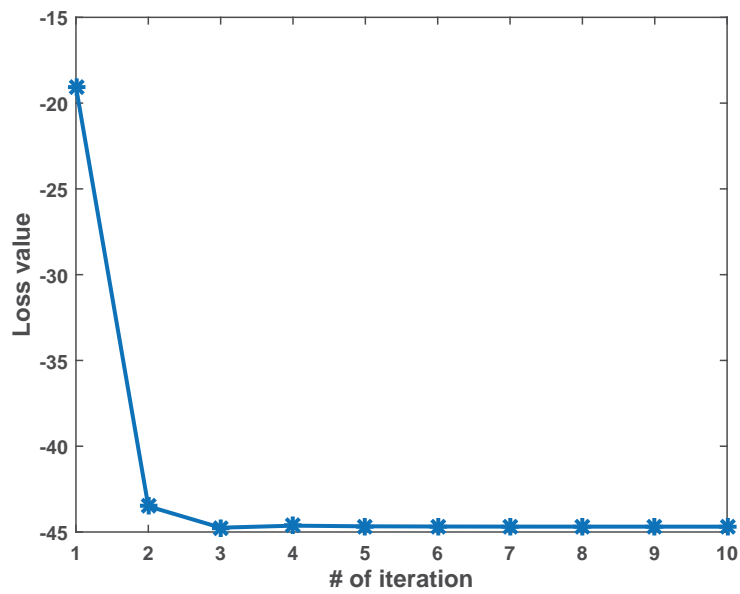
Käsitellään seuraavaksi tuttua spotlight-tilannetta, jossa SAR-kuva muodostetaan etäisyyskompressoitusta signaalista Fourier-muunnoksella hitaan ajan suhteen. Oletetaan siis, että kuvanmuodostuksessa voidaan hyödyntää projektiivipaaleteoreemaa, jolloin kuva muodostetaan PFA-algoritmilla (ks. luku 1, kohta 1.5). Osoittautuu, että tässä tapauksessa kohdefunktion  $L$  gradientti on laskettavissa, mikäli kohdefunktio on yksinkertaista muotoa (3.24) [25, 26]. Valitaan ensiksi kohdefunktioksi intensiteettien neliöiden summa, eli  $\Psi(I) = -I^2$ . Siis kohdefunktio on muotoa

$$L(\phi) = - \sum_{x,\omega} [I_{x,\omega}(\phi)]^2 = - \sum_{x,\omega} |sS(x,\omega)sS^*(x,\omega)|^2, \quad (3.30)$$

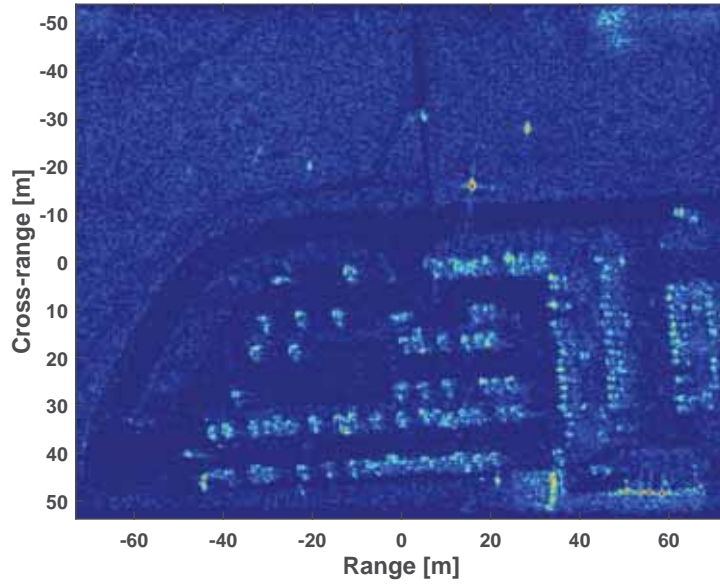
jossa  $sS(x,\omega) = \mathcal{F}_{t_m \rightarrow \omega} \{ \hat{s}s(x, t_m) \} = \mathcal{F}_{t_m \rightarrow \omega} \{ ss(x, t_m) \exp(-i\phi_m) \}$ , kun  $\hat{s}s$  on korjaustermillä  $\exp(-i\phi_m)$  kerrottu etäisyyskompressoitu signaali ja  $ss$  on korjaamaton etäisyyskompressoitu signaali (ideaalisesti muotoa (1.7)). Lisäksi intensiteettikuva  $I$  saadaan kompleksisen kuvafunktion



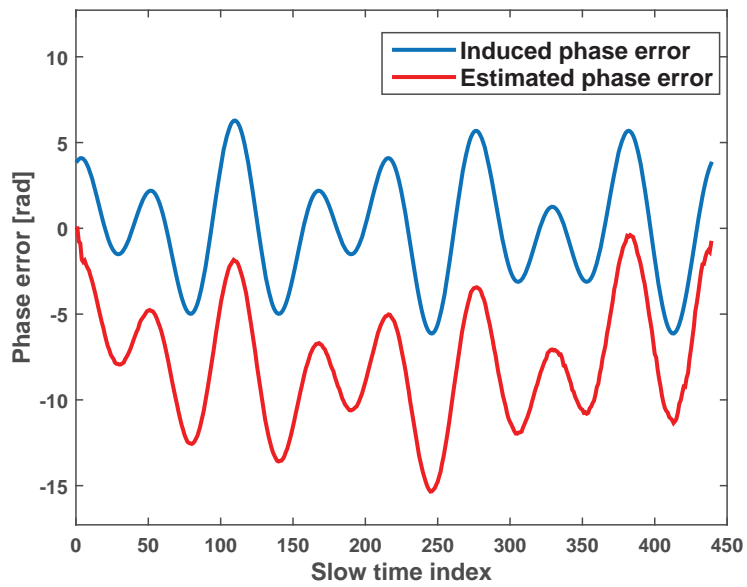
Kuva 3.16: Estimoidun vaihevirheen RMS kunkin iteraation jälkeen.



Kuva 3.17: Kohdefunktion (3.26) arvo kunkin iteraation jälkeen.



Kuva 3.18: Suoralla optimoinnilla autofokusoitu SAR-kuva, kohdefunktiona (3.26).



Kuva 3.19: Indusoitu ja estimoitu vaihevirhe.

$sS$  itseisarvon neliönä, eli  $I(x, \omega) = |sS(x, \omega)|^2 = sS(x, \omega)sS^*(x, \omega)$ . Lasketaan seuraavaksi kohdefunktion (3.30) osittaisderivaatta muuttujan  $\phi_l$  suhteen. Ketjusaännöstä saadaan ensiksi

$$\frac{\partial L}{\partial \phi_l} = -2 \sum_{x, \omega} sS(x, \omega)sS^*(x, \omega) \cdot \frac{\partial}{\partial \phi_l} [sS(x, \omega)sS^*(x, \omega)]. \quad (3.31)$$

Yhtälössä (3.31) olevan tulon derivaatan ratkaisemiseksi lasketaan seuraavaksi funktion  $sS$  osittaisderivaatta muuttujan  $\phi_l$  suhteen. Koska nyt käsitellään hitaassa ajassa  $t$  näytteistettyä signaalia, käytetään Fourier-muunnoksesta diskreettiä versiota. Saadaan

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \phi_l} sS(x, \omega) &= \frac{\partial}{\partial \phi_l} \mathcal{F}_{t_m \rightarrow \omega} \{ss(x, t_m)e^{-i\phi_m}\} \\ &= \frac{\partial}{\partial \phi_l} \left[ \sum_{m=0}^{M-1} ss(x, t_m) \exp\left(-it_m \frac{\omega}{M}\right) \exp(-i\phi_m) \right] \\ &= -i \sum_{m=0}^{M-1} \delta_l^m ss(x, t_m) \exp(-i\phi_m) \exp\left(-it_m \frac{\omega}{M}\right) \\ &= -i \widehat{ss}(x, t_l) \exp\left(-it_l \frac{\omega}{M}\right). \end{aligned} \quad (3.32)$$

Vastaavalla tavalla saadaan kompleksikonjugaattifunktion  $sS^*$  osittaisderivaataksi

$$\frac{\partial}{\partial \phi_l} sS^*(x, \omega) = i \widehat{ss}^*(x, t_l) \exp\left(it_l \frac{\omega}{M}\right). \quad (3.33)$$

Käyttämällä tuloksia (3.32) ja (3.33) saadaan yhtälön (3.31) tulofunktion derivaatalle

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \phi_l} [sS(x, \omega)sS^*(x, \omega)] &= \\ &= -isS^*(x, \omega)\widehat{ss}(x, t_l) \exp\left(-it_l \frac{\omega}{M}\right) + isS(x, \omega)\widehat{ss}^*(x, t_l) \exp\left(it_l \frac{\omega}{M}\right) \\ &= 2\Im \left\{ sS^*(x, \omega)\widehat{ss}(x, t_l) \exp\left(-it_l \frac{\omega}{M}\right) \right\}. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Näin ollen yhtälön (3.31) avulla saadaan osittaisderivaataksi

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \phi_l} &= -4 \sum_{x,\omega} \mathfrak{J} \left\{ |sS(x, \omega)|^2 sS^*(x, \omega) \widehat{ss}(x, t_l) \exp\left(-it_l \frac{\omega}{M}\right) \right\} \\
&= -4 \sum_x \mathfrak{J} \left\{ \widehat{ss}(x, t_l) \left[ \sum_{\omega} |sS(x, \omega)|^2 sS(x, \omega) \exp\left(it_l \frac{\omega}{M}\right) \right]^* \right\} \\
&= -4 \sum_x \mathfrak{J} \left\{ \widehat{ss}(x, t_l) \left[ \mathcal{F}_{\omega \rightarrow t_l}^{-1} \{ |sS(x, \omega)|^2 \} \right]^* \right\}.
\end{aligned} \tag{3.35}$$

Saatua tulosta voidaan hyödyntää esittämällä gradientti mielivaltaiselle kohdefunktiolle (3.24). Tällöin osittaisderivaatta (3.31) on muotoa

$$\frac{\partial L}{\partial \phi_l} = \sum_{x,\omega} \frac{\partial \Psi}{\partial I(x, \omega)} \frac{\partial I(x, \omega)}{\partial \phi_l}. \tag{3.36}$$

Yllä esitetyn johdon avulla nähdään, että tässä tapauksessa saadaan

$$\frac{\partial L}{\partial \phi_l} = 2 \sum_x \mathfrak{J} \left\{ \widehat{ss}(x, t_l) \left[ \mathcal{F}_{\omega \rightarrow t_l}^{-1} \left\{ sS(x, \omega) \frac{\partial \Psi}{\partial I(x, \omega)} \right\} \right]^* \right\}. \tag{3.37}$$

Yhtälöstä (3.35) huomataan, että gradienttivektorin laskeminen on suurinpiirtein verrattavissa kuvamuodostukseen laskennallisessa taakassa. Tämä siksi, että vaihekorjatun kuvafunktion  $sS(x, \omega)$  muodostamiseen vaaditaan Fourier-muunnos hitaan ajan suhteen ja gradientin (3.35) laskemissa vaaditaan vielä käännteinen Fourier-muunnos. Huomionarvoista on myös se, että Fourier-muunnoksia ei tarvitse laskea erikseen kullekin osittaisderivaatalle, vaan koko gradienttivektorin muodostamiseen riittää kaksi muunnosta. Analyttinen lauseke gradientille mahdollistaa useiden lokaalien optimointimenetelmien tehokkaan käytön, johon perehdytään tarkemmin seuraavassa kohdassa.

Vastaavaa menettelytapaa voidaan hyödyntää myös takaisinprojektiioalgoritmille. Tässä tapauksessa amplitudikuvafunktio  $g(x, y)$  saadaan takaisinprojektiointegraalin (1.24) avulla, jolloin tämän osittaisderivaataksi vaihekorjauksen  $\phi_l$  suhteen saadaan<sup>5</sup>

$$\frac{\partial g}{\partial \phi_l} = -i \widehat{ss}(r(x, y; t_l), t_l) \exp[i2k_c r(x, y; t_l)]. \tag{3.38}$$

<sup>5</sup>takaisinprojektiointegraalissa (1.24) on nyt vaihekorjattu etäisyyskompressoitu signaali



Näin ollen gradienttivektorin  $l$ :s komponentti on muotoa

$$\frac{\partial L}{\partial \phi_l} = 2 \sum_{x,y} \Im \left\{ g^*(x,y) \frac{\partial \Psi}{\partial I(x,y)} \widehat{ss}(r(x,y;t_l), t_l) \exp [i2k_c r(x,y;t_l)] \right\}, \quad (3.39)$$

jossa  $I(x,y) = g(x,y)g^*(x,y)$  ja  $r(x,y;t)$  saadaan yhtälöstä (1.21). Erona edellisestä tapaukseen on nyt se, että summaus käy läpi kaikki erottelualkiot  $(x,y)$ . Tätä voidaan hyödyntää optimoinnin laskennallisen taakan keventämiseen siten, että valitaan optimoinnissa käytettäväksi vain tiettyä intensiteettikynnysarvoa enemmän energiaa sisältävät kuvapisteen. Lisäksi tämä mahdollistaa sen, että kuvan eri alueille käytetään erilaisia vaihekorjauksia. Tällä tavalla jakamalla kuva-alue pienempiin osiin pystytään ottamaan huomioon se, että oletus kullekin erottelualkiolle samanlaisesta kaksisuuntaisesta etäisyysmuutoksesta ei päde suurelle kuva-alueelle.

### 3.3.7 Ensimmäisen kertaluvun optimointi

Autofokusongelma (3.22) voidaan ratkaista tehokkaasti hyödyntämällä kohdefunktion gradientille  $\partial L/\partial \phi$  saatuja lausekkeita. Tarkoituksena on ensiksi löytää suunta  $\mathbf{p}$ , johon siirryttäessä kohdefunktion arvo pienenee. Yksikertaisin tapa on valita suunnaksi negatiivisen gradientin suunta eli  $\mathbf{p} = -\partial L/\partial \phi$ . Tämän jälkeen on vielä päätettävä, että kuinka pitkälle tähän suuntaan liikutaan. Tarkoituksena on iteratiivisesti edetä kohti kohdefunktion stationääristä pistettä. Iteraation  $k+1$  lähtöpisteenä on tällöin  $\phi_{k+1} = \phi_k + \alpha_k \mathbf{p}_k$ . Askelkoko  $\alpha_k$  määritetään minimoimalla funktio  $\eta(\alpha) = L(\phi + \alpha \mathbf{p})$ . Tätä jokaisella iteraatiolla suoritettavaa yksiulotteista optimointitehtävää kutsutaan viivahauksi [36] (koska etsitään usean muuttujan funktion minimiä suoralla viivalla  $\phi_k + \alpha_k \mathbf{p}_k$ ).

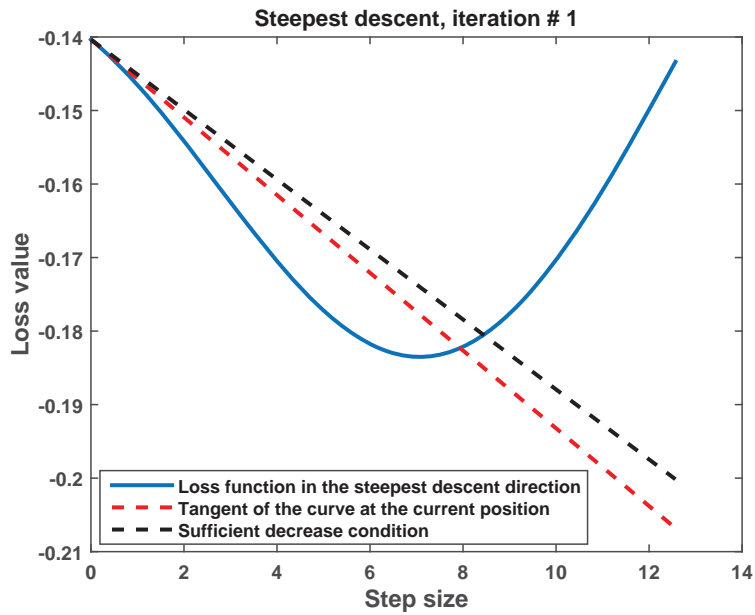
Laskennallisen tehokkuuden kannalta on turhaa minimoida funktiota  $\eta$  täsmällisesti jokaisella iteraatiolla, sillä tämä vaatisi useita kohdefunktion (ja mahdollisesti gradienttivektorin) arviointeja. Sen sijaan on järkevää etsiä askelkoko, joka pienentää kohdefunktion arvoa riittävästi. Tätä riittävyys voidaan esittää täsmällisesti ns. Wolfen ehtojen avulla. Wolfen ehdot asettavat askelkoolle ala- ja ylärajan kohdefunktion ja sen gradientin arvojen perusteella (ks. Liite kohta 6.4 ja [36]). Kohdan 3.3.8 esimerkeissä on viivahakuun käytetty algoritmia, joka tuottaa Wolfen ehdot toteuttavan askelkoon. Viivahakuun riittää tällöin tyypillisesti noin 5-10 kohdefunktion ja gradienttivektorin arviointia. Lisäksi suunnan  $\mathbf{p}_k$  valinnassa on käytetty jyrkimmän suunnan (eli negatiivisen gradientin suunnan) lisäksi epälineaar-

rista konjugaattigradientti- ja kvasi-Newton menetelmiä. Erinomainen viite lokaalin numeerisen optimoinnin menetelmistä on [36].

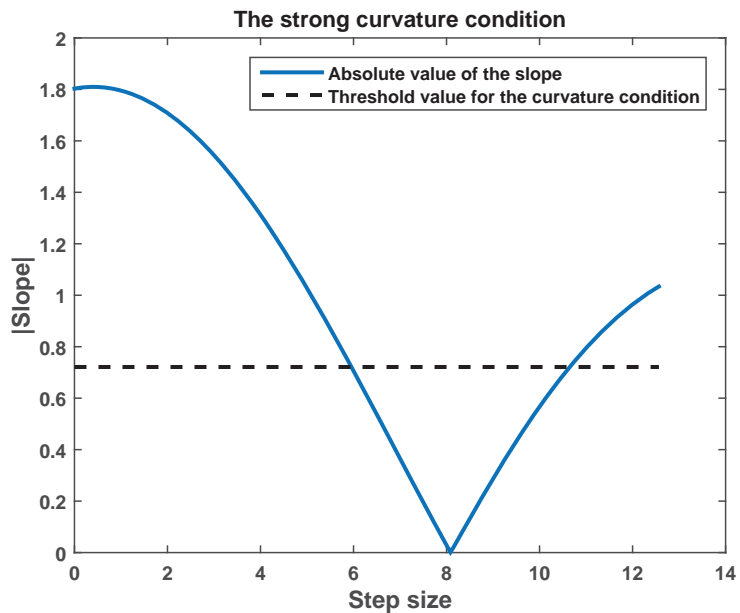
### 3.3.8 Esimerkki

Käytetään SAR-kuvan 3.1 fokusoimiseen ensimmäisen kertaluvun optimointiin perustuvaa kontrastin optimointia. Valitaan kohdefunktiossa käytetyksi operaatioksi  $\Psi(I) = -I^2$ , jolloin gradienttivektorin komponentit saadaan yhtälöstä (3.35) (kun kuva muodostetaan PFA:lla). Nyt yksi iteraatio optimoinnissa tarkoittaa sitä, että gradienttivektorin perusteella lasketaan suunta  $\mathbf{p}$  johon liikutaan, jonka jälkeen etsitään tästä suunnasta Wolfen ehdot toteuttava askelkoko. Kuvassa 3.20 on esitetty, että miltä kohdefunktio näyttää algoritmin ensimmäisessä iteraatiossa negatiivisen gradientin suunnassa. Sallitulle askelkoolle ylärajan asettava riittävän vähenemisen ehto on piirretty kuvaan 3.20 mustalla katkoviivalla. Kuvaan 3.21 on piirretty kohdefunktion (eli kuvan 3.20 sinisen käyrän) tangentin kulmakertoimen itseisarvo, jonka perusteella määrytyy alaraja sallitulle askelkoolle mustan viivan ja kohdefunktion käyrän vasemmanpuoleisessa leikkauspisteessä. Kuvaan 3.22 on vielä piirretty saadut Wolfen ehdot toteuttavat askelkoot punaisella korostuksella negatiivisen gradientin suunnassa.

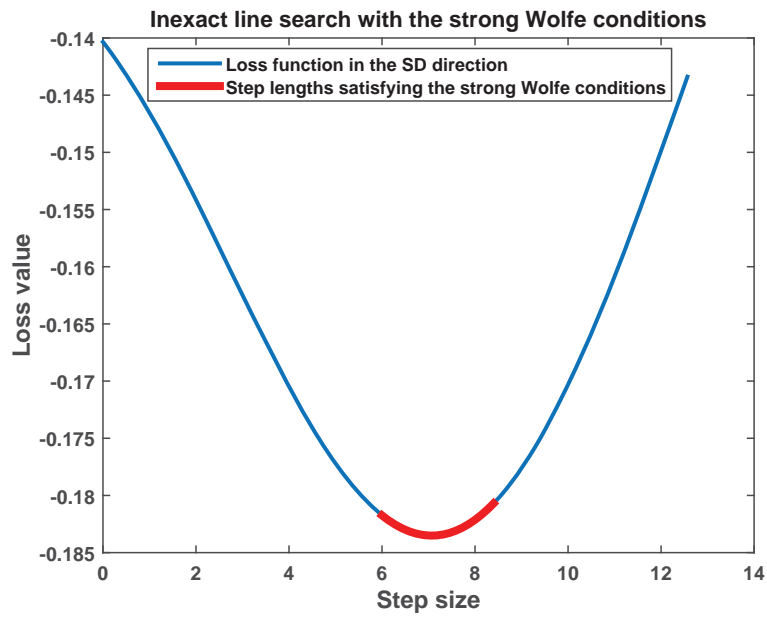
Kuvissa 3.23 ja 3.24 on vertailtu suunnan  $\mathbf{p}$  valitsemisessa eri strategiaa käyttäviä optimointialgoritmeja autofokusongelman ratkaisemiseen. Menetelmät ovat jyrkimmän suunnan menetelmä, Polak-Ribieren epälineaarinen konjugaattigradienttimenetelmä sekä BFGS kvasi-Newton-menetelmä [36]. Kohdefunktion säännöllisestä luonteesta 3.15 johtuen jyrkimmän suunnan menetelmä konvergoituu nopeimmin, kuten kuvista 3.23 ja 3.24 havaitaan. Jyrkimmän suunnan menetelmää käyttäen fokusoitu SAR-kuva sekä estimoitu vaihevirhe eli saatu vektori  $\phi^*$  ovat piirrettynä kuvissa 3.25 ja 3.26.



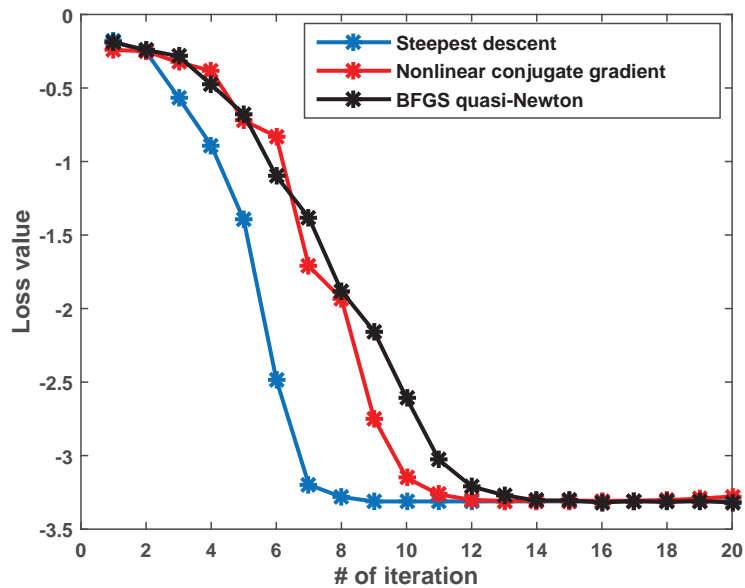
Kuva 3.20: Kohdefunktio negatiivisen gradientin suunnassa ja riittävän vähenemisen ehto.



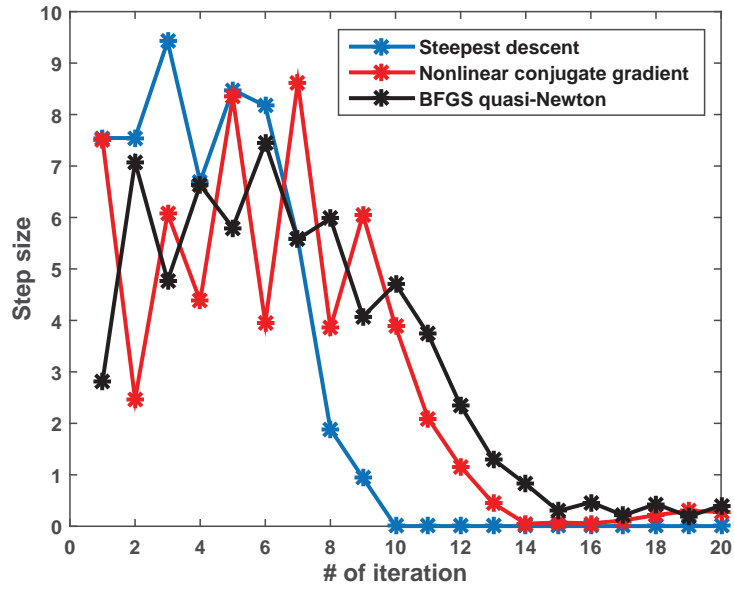
Kuva 3.21: Kohdefunktion käyrän tangentin kulmakertoimen itseisarvo (sininen käyrä) ja askelkoon alarajan määräävä ehto (musta viiva).



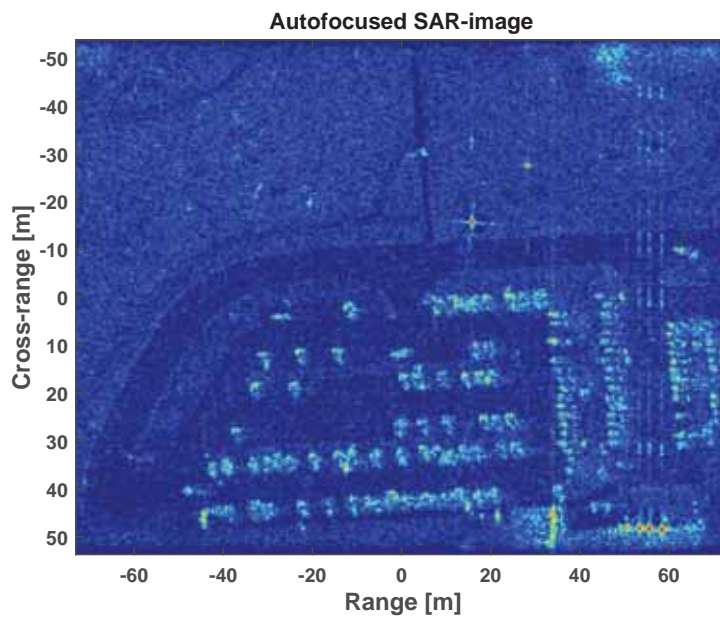
Kuva 3.22: (Vahvat) Wolfen ehdot toteuttavat askelkoot (punaisella) negatiivisen gradientin suunnassa.



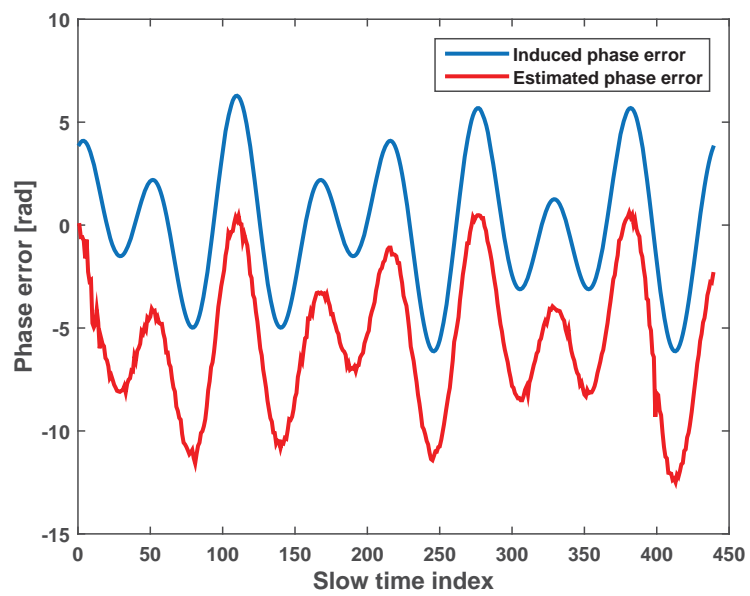
Kuva 3.23: Kohdefunktion arvo kunkin iteraation jälkeen eri algoritmeille.



Kuva 3.24: Kunkin iteraation askelkoko eri algoritmeille.



Kuva 3.25: Ensimmäisen kertaluvun optimoinnilla autofokusoitu SAR-kuva.



Kuva 3.26: Estimoitu ja indusoitu vaihevirhe.

## 4 Pyörimisliikkeen kompensatio

### 4.1 Johdanto

Tässä luvussa on tarkoituksena tutkia, että kuinka yhteistyöhaluttomasta kohteesta voidaan muodostaa hyvin fokusoitunut ISAR-kuva translatioliikkeen kompensation jälkeen. Tällöin ideaalisessa tapauksessa etäisyyskompressoidussa signaalissa on jäljellä enää kohteen näennäisen pyörimisliikkeen aiheuttama kustakin erottelualkiosta heijastuneelle signaalille uniikki vaihehistoria. Kaksiulotteisessa tapauksessa (ks. kuva 2.1) tämä tarkoittaa sitä, että ainoa kohteen liiketilaa kuvaava vapausaste on  $\theta(t)$ . Sivusuuntaisen kuvanmuodostuksen tarkoituksena on sovitetulla suodatuksella selvittää kunkin sirottajan paikka kaksiulotteisessa paikka-avaruudessa eli muodostettavassa ISAR-kuvassa. Sovitetun suodatuksen tarkoituksena on etsiä etäisyyskompressoidusta signaalista jotakin tunnettua referenssisignaalia. Jotta voisimme rakentaa suodatukseen tarvittavat referenssisignaalit, on kunkin erottelualkion etäisyys tutkan vastaanottimesta hitaan ajan funktiona tiedettävä eksplisiittisesti. Toisin sanoen, mikäli kuvan 2.1 tilanteessa translatorinen liikekompensatio on suoritettu, tarvitaan kuvanmuodostusta varten arvio hitaan ajan funktiona muuttuvalle atsimuuttikulmalle  $\theta$ .

Mikäli ISAR-kuva halutaan muodostaa yhteistyöhaluttomasta kohteesta, on kohteen kulma-asento  $\theta$  kyettävä arvioimaan käyttämällä hyödyksi ainoastaan vastaanotetun signaalin sisältämää informaatiota. Kun kulma-asennon muutos on pieni ja tasainen, muuttuu kunkin kohteessa olevan pisteen (eli kuvan erottelualkion) etäisyys tutkasta lähes lineaarisesti hitaassa ajassa. Tällöin myös sirottajista heijastuneiden kaikujen vaihehistoriat ovat lineaarisia hitaan ajan funktioita. Yleensä oletetaan lisäksi, että kulma-asennon muutos on niin pieni, että se ei aiheuta sirottajien liikettä etäisyysalkiosta toiseen. Heijastunut signaali on siten kussakin etäisyyserottelualkiossa summa vakiotaaajuisista sinimuotoisista signaaleista eli muotoa (3.2). Tällaisen signaalin suodattaminen vastaa sovitettua suodatusta eritaajuisten sinimuotoisten funktioiden kanssa, joka vastaa Fourier-muunnoksen määritelmää. Näin ollen kuvanmuodostus voidaan tässä tapauksessa suorittaa ottamalla yksiulotteinen Fourier-muunnos kunkin etäisyyserottelualkion muodostamasta aikasarjasta.

Jos translatioliikkeen kompensation jälkeen jäljellä oleva kulma-asennon muutos ei ole tasaista tai sirottajat liikkuvat etäisyyserottelualkioiden välillä, ei hitaan ajan suhteen laskettu Fourier-muunnos tuota tarkasti

fokusoitunutta ISAR-kuvaa. Tässä tapauksessa sirottajien vaihehistoriat eivät ole lineaarisia ja korrelaatio vakiotaajuisten sinimuotoisten funktioiden kanssa ei tuota terävää piikkiä, vaan piikit leviävät useille eri taajuuksille (siis saatu pisteleviämiskäyrä leviää sekä  $\omega$ - että  $x$ -suunnassa). Tarvitaan siis jotain menetelmää, jolla vaihehistoriat saadaan muokattua lineaariseen muotoon. Toinen vaihtoehto on suorittaa kuvanmuodostus tavalla, joka ottaa huomioon vaihehistorioiden epälineaarisuuden. Tässä luvussa lähestytään ongelmaa käyttäen jälkimmäistä lähestymistapaa. Tarkoituksena on korvata kuvanmuodostuksessa käytettävä Fourier-muunnos sellaisella työkalulla, joka kykenee erottamaan signaalista aikariippuvia ilmiöitä vakiotaajuisten (eli lineaarisen vaihekäyttäytymisen) sijaan. Tähän soveltuvia aika-taajuus-signaalinkäsittelymenetelmiä on kehitetty viimeisten vuosikymmenten aikana aktiivisesti [37].

## 4.2 Kiilakivi-interpolaatio

Tuntematon ja epätasainen pyörimisliike on ISAR-kuvanmuodostuksen kannalta ongelmallista kahdesta syystä. Ensimmäinen, sirottajat liikkuvat etäisyyskompressoidussa signaalissa etäisyysalkiosta toiseen. Toiseksi, sivusuuntaiseen erottelukykyyneen vaadittavat vaihehistoriat ovat tuntemattomia ja epälineaarisia. Ensimmäiseen ongelmaan osittaisen ratkaisun tuottaa tässä kohdassa esitettävä ns. kiilakivi-interpolaatio (*keystone formatting*) [38, 39]. Toinen ongelma voidaan osittain ratkaista korvaamalla kuvanmuodostuksessa tyypillisesti käytettävä Fourier-muunnos ns. aika-taajuus-esityksellä.

Sirottajien liike etäisyysalkiosta toiseen on sitä voimakkaampaa, mitä kauempana sirottaja sijaitsee näennäisen pyörimisliikkeen pyörimiskeskipisteestä. Mikäli halutaan muodostaa tarkka ISAR-kuva, on tämä liike otettava jollakin tavalla huomioon. Ongelman ratkaisemiseksi tutkitaan yhdestä ideaalisesta liikkeestä olevasta sirottajasta heijastuneen signaalin vaiheen käyttäytymistä. Yhtälön (1.6) mukaisesti, kun signaali esitetään spatiaalisen taajuuden ja hitaan ajan funktiona signaalin vaihe käyttäytyy kuten

$$\phi(k, t) = 2(k_c + k)r_{d0}(t), \quad (4.1)$$

jossa  $r_{d0}(t)$  on määritelty yhtälön (1.6) yhteydessä. Oleellisesti  $r_{d0}$  on siis sirottajan ja tutkan välinen hitaasta ajasta riippuva etäisyys. Lisäksi spatiaalinen taajuusmuuttuja saa arvoja väliltä  $|k| \leq \pi B/c$ . Sivusuuntaiseen erottelukykyyneen vaadittava kullekin sirottajalle erilainen vaihehistoria aiheutuu yhtälön (4.1) kantoaaltotermistä  $2k_c r_{d0}(t)$ . Sen sijaan toinen termi, joka on lineaarinen taajuudessa  $k$ , määrittää Fourier-muunnoksen siirtoominaisuuden mukaisesti sirottajan sijainnin kussakin etäisyysprofilissa.



Mikäli  $2r_{d0}(t)$ :n muutos koherentin prosessointiajan  $T$  kuluessa on suurempi kuin etäisyserottelukyky, liikkuu sirottaja etäisyysalkiosta toiseen. Koska  $r_{d0}(t)$  on kullekin sirottajalle erilainen funktio, ei kaikkien sirottajien mielivaltaista etäisyysmuutosta kyetä samanaikaisesti kompensoimaan millään yksinkertaisella tavalla.

Jotta yhtälöstä (4.1) päästään eteenpäin, on hyödyllistä kehittää  $r_{d0}(t)$  Taylorin polynomiksi (pisteen  $t = 0$  ympäristössä). Tällöin yhtälö (4.1) tulee muotoon

$$\phi(k, t) = 2(k_c + k)(r_{d0}(0) + \dot{r}_{d0}(0)t + \frac{\ddot{r}_{d0}(0)}{2}t^2 + \dots). \quad (4.2)$$

Tehdään seuraavaksi oletus, että kaikkien sirottajien etäisyysmuutoksessa merkittävin kontribuutio aiheutuu lineaarisesta termistä  $\dot{r}_{d0}(0)t$ . Tarkoituksena on muokata yhtälö (4.2) sellaiseen muotoon, että lineaarisen etäisyysmuutoksen aiheuttava (taajuudessa lineaarinen) termi  $k\dot{r}_{d0}(0)t$  häviää (tämä kompensoi lineaarisen etäisyysmuutoksen etäisyyskompressoidussa signaalissa). Tämä saadaan aikaiseksi muuttujan vaihdolla [38]

$$t = \frac{k_c}{k_c + k}\tau. \quad (4.3)$$

Sijoittamalla (4.3) yhtälöön (4.2) saadaan

$$\phi(k, \tau) = 2(k_c + k)r_{d0}(0) + 2k_c\dot{r}_{d0}(0)\tau + \frac{k_c^2}{k + k_c}\ddot{r}_{d0}(0)\tau^2 + \dots \quad (4.4)$$

Yhtälöstä (4.4) huomataan, että muuttujan vaihto (4.3) kompensoi samanaikaisesti kaikkien sirottajien lineaarisen etäisyysmuutoksen riippumatta sen kulmakertoimesta  $\dot{r}_{d0}(0)$ . Muuttujan vaihdon jälkeen lineaarisesta etäisyysmuutoksesta jää jäljelle ainoastaan haluttu kantaaltotermi  $2k_c\dot{r}_{d0}(0)\tau$ . Lisäksi jäljelle jää korkeamman kertaluvun termejä, joiden aiheuttamaa etäisyysmuutosta ei tällä tavalla voida kompensoida. Suorittamalla muuttujan vaihto eri tavalla voidaan toki kompensoida myös korkeamman kertaluvun etäisyysmuutoksia, mutta ainoastaan yksi kerrallaan. Esimerkiksi neliöllinen etäisyysmuutos voidaan kompensoida muuttujan vaihdolla

$$t = \sqrt{\frac{k_c}{k_c + k}}\tau, \quad (4.5)$$

joka sijoittamalla yhtälöön (4.2) saadaan

$$\begin{aligned} \phi(k, \tau) = \\ 2(k_c + k)r_{d0}(0) + 2\sqrt{k_c(k + k_c)}\dot{r}_{d0}(0)\tau + k_c\ddot{r}_{d0}(0)\tau^2 + \dots \end{aligned} \quad (4.6)$$

Kiilakivi-interpolaation suorittamiseksi on siis valittava, että minkä asteluvun etäisyysmuutos halutaan kompensoida. Kohdan 4.4.2 esimerkissä on suoritettu lineaarisen etäisyysmuutoksen kompensoiva kiilakivi-interpolaatio.

Näytteistetyn signaalin tapauksessa muuttujan vaihto (4.3) suoritetaan interpolaatiolla. Interpolaatio vastaa aika-akselin skaalaamista kullekin taajuudelle. Kantoaaltotaajuutta  $k_c$  pienemmillä taajuuksilla signaalia puristetaan kokoon ja suuremmilla taajuuksilla signaalia venytetään, josta aiheutuu signaalin kantajan kiilamainen muoto 4.2  $(k, t)$ -alueessa. Ennen interpolaatiota kunkin sirottajan hitaassa ajassa tapahtuvan lineaarisen vaihemuutoksen kulmakerroin riippuu taajuudesta  $k$ . Interpolaation jälkeen hitaassa ajassa tapahtuva lineaarinen vaihemuutos näkyy samanlaisena kaikilla taajuuksilla  $k$ . Interpolaatio voidaan suorittaa esimerkiksi katkaistulla ja painotetulla sinc-tyyppisellä suodattimella. Kiilakivi-interpolaation käyttöä demonstroidaan kohdan 4.4.2 simuloidussa esimerkissä.

Kiilakivi-interpolaation tarkoituksena on siis kompensoida sirottajien liikkumista erottelualkiosta toiseen etäisyyskompressoidussa signaalissa. Tarkoituksena on, että interpolaation jälkeen kukin sirottaja pysyy samassa etäisyyserottelualkiossa pidemmän aikavälin. Tämä mahdollistaa paremman erottelukyvyn ISAR-kuvan sivusuuntaisessa ulottuvuudessa, mikäli kuvanmuodostusprosessi suoritetaan yksiulotteisilla operaatioilla eli kullekkin etäisyysalkiolle erikseen. Perinteisesti kuvanmuodostus on suoritettu käyttämällä Fourier-muunnosta, mutta heijastuneiden kaikujen vaihehistorioiden ollessa epälineaarisia Fourier-muunnos on kannattavaa korvata aika-taajuus-esityksellä [6].

## 4.3 Signaalin aika-taajuus-esitys

### 4.3.1 Lyhytaikainen Fourier-muunnos

Koska Fourier-muunnos ei sovellu ISAR-kuvanmuodostukseen heijastuneiden kaikujen vaihehistorioiden ollessa epälineaarisia (hitaan ajan funktiona), tarvitaan kuvanmuodostukseen jotain parempaa työkalua. Yksinkertaisin tapa on muokata Fourier-muunnoksesta aikariippuva käyttämällä ikkunafunktiota  $w$ , jonka avulla pyritään lokalisoimaan signaali tarkasteltavan ajanhetken läheisyyteen. Näin saadaan aikaiseksi lyhytaikainen Fourier-muunnos (STFT, *short-time Fourier transform*), joka voidaan määritellä muodossa [37]

$$STFT(t, \omega) = \int w(\tau) s(t + \tau) e^{-i\omega\tau} d\tau. \quad (4.7)$$

ISAR-kuvanmuodostuksessa signaalilla  $s$  tarkoitetaan etäisyyskompressoitua signaalia (1.5) kiinnitettylle etäisyysalkiolle  $r_n$ , eli yhtälössä (4.7) on siirrytty yksinkertaisempaan merkintään  $ss(r_n, t) \rightarrow s(t)$ . STFT:ssä ongelmaksi muodostuu ikkunafunktion  $w$  aiheuttama väistämätön kompromissi erottelukyvyyssä muuttujien  $t$  ja  $\omega$  välillä. Mitä leveämpää aikaikkunaa käytetään, sitä parempi erottelukyky saavutetaan muuttujassa  $\omega$ , sillä tällöin integrandi yhtälössä (4.7) on nollassa poikkeava pidemmällä aikavälillä. Vastaavasti erottelukyvystä muuttujassa  $t$  tulee tällöin huono, eli toisin sanoen epälineaarinen vaihehistoria levittää vastetta  $\omega$ -suunnassa. Mikäli taas käytetään lyhyttä ikkunaa, saavutetaan parempi erottelukyky aikamuuttujassa  $t$ . Tällöin kuitenkin integrandi yhtälössä (4.7) on nollassa poikkeava lyhyemmällä aikavälillä, josta seuraa heikentynyt erottelukyky muuttujassa  $\omega$ . Muodollisesti erottelukykyjä rajoittava epäyhtälö voidaan esittää Fourier-analyysistä tunnettuna epämääräisyysrelaationa [15], jonka mukaan  $\Delta\omega T = 2\pi$ , kun  $\Delta\omega$  on erottelukyky muuttujassa  $\omega$  ja  $T$  on signaalin aikakesto. Yhtälössä (4.7) ikkunafunktiolla vaikutetaan siis oleellisesti signaalin aikakeston  $T$  suuruuteen, joka puolestaan määrittää erottelukyvyn  $\Delta\omega$ . Vastaava epämääräisyysrelaatio voidaan kirjoittaa myös taajuuskais-tan leveyden ja muuttujassa  $t$  saavutettavan erottelukyvyn välille.

### 4.3.2 Wigner-Villen esitys

ISAR-kuvanmuodostuksen kannalta STFT:stä aiheutuva kompromissi erottelukyvyyssä on ongelmallinen. STFT tuottaa ISAR-kuvanmuodostuksen kannalta hyvän tuloksen ainoastaan silloin, kun ikkunan  $w$  sisään jäävän signaalin osan vaihehistoria on lähes lineaarinen. Tämä ongelma voidaan osittain kiertää korvaamalla määritelmässä (4.7) käytettävä ikkunafunktio  $w$ . Ensiksi todetaan konvoluutioteoreemasta seuraava tulos, joka tunnetaan Wiener-Khinchin-teoreemana, jonka mukaan

$$\mathcal{F}_{t \rightarrow \omega} \{(s \star s)(t)\} = |\mathcal{F}_{t \rightarrow \omega} \{s(t)\}|^2. \quad (4.8)$$

Siis signaalin  $s$  autokorrelaatiofunktion Fourier-muunnos on sama kuin signaalin Fourier-muunnoksen itseisarvon neliö (tehospektri). Tulos (4.8) seuraa helposti korrelaatioteoreemasta. Yhtälössä (4.8) esiintyvässä autokorrelaatiofunktiossa  $s \star s$  on hävitetty tieto alkuperäisestä aikamuuttujasta, sillä se on ainoastaan signaalin ja sen kopion välisen aikaviiveen funktio. Jotta autokorrelaatiosta saadaan aikariippuva, pitää korrelaation määritelmää muuttaa. Tämä tehdään määrittelemällä signaalin hetkellinen autokorrelaatiofunktio

$$(s \star s)(t, \tau) = s\left(t + \frac{\tau}{2}\right) s^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right). \quad (4.9)$$

Tämä eroaa normaalin autokorrelaation määritelmästä siten, että yhtälön (4.9) oikealla puolella olevaa tuloa ei integroida alkuperäisen aikamuuttujan  $t$  suhteen. Lisäksi tulofunktiosta on tehty symmetrinen viiveen  $\tau$  suhteen siirtämällä signaaleja vastakkaisiin suuntiin. Hetkellisen autokorrelaation avulla voidaan muodostaa aikariippuva tehospektri yhtälön (4.8) hengessä ottamalla Fourier-muunnos hetkellisestä autokorrelaatiosta (4.9) aikaviiveen  $\tau$  suhteen. Näin saadaan signaalin  $s$  Wigner-Villen esitys [37]

$$WD(t, \omega) = \int (s \star s)(t, \tau) e^{-i\omega\tau} d\tau. \quad (4.10)$$

Toinen tapa tulkita yhtälöt (4.9) ja (4.10) on, että STFT:ssä käytetty ikkunafunktio  $w$  on nyt korvattu signaaliin  $s$  täydellisesti sovitetulla suodattimella, joka on signaalin itsensä aikakäännetty ja kompleksikonjugoitu versio. Koska Fourier-muunnos otetaan aikaviiveen suhteen, ei epämääräisyysrelaatio rajoita erottelukykyä muuttujien  $t$  ja  $\omega$  välillä. Wigner-Villen esitys (4.10) tuottaa siten täydellisen erottelukyvyn yhtäaikaaisesti sekä ajassa että taajuudessa. Koska Wigner-Villen esitys muodostetaan hetkellisestä autokorrelaatiosta (4.9), sanotaan sen olevan neliöllinen (bi-lineaarinen) signaalissa  $s$ . Tämä tarkoittaa sitä, että useasta komponentista koostuvalle signaalille Wigner-Villen esitys sisältää ns. ristitermejä, jotka eivät kuvaa mitään todellista signaalissa  $s$  esiintyvää ilmiötä. Nämä ristitermit hankaloittavat merkittävästi esityksen tulkintaa, ja niiden suodattaminen on esityksen ISAR-kuvanmuodostukseen soveltamisen kannalta välttämätöntä.

### 4.3.3 Cohenin luokka

STFT ja Wigner-Villen esitys edustavat aika-taajuus-esitysten kahta ääripäätä. STFT:ssä ei ole ollenkaan tulkintaa häiritseviä ristitermejä, mutta erottelukyky  $(t, \omega)$ -tasossa on rajoitettu Fourier-duaalimuuttujien välisen epämääräisyysrelaation mukaisesti. Vastaavasti Wigner-Villen esityksessä autotermien erottelukyky on paras mahdollinen mutta esitys sisältää sekä ajassa että taajuudessa oskilloivia ristitermejä useasta komponentista koostuvalle signaalille. Itse asiassa ristitermejä voi syntyä myös yhdestä komponentista koostuvalle signaalille, mikäli sen taajuussisältö muuttuu riittävän nopeasti<sup>1</sup>. ISAR-kuvanmuodostusta varten näistä esitystä sumentavista ristitermeistä on päästävä eroon. Yksinkertaisin tapa ristitermien poistamiseksi on suorittaa alipäästösuodatus Wigner-Villen esitykselle molemmissa ulottuvuuksissa. Juuri tästä on kysymys Cohenin luokan bi-linearisissa

<sup>1</sup>tällöin signaali interferoi itsensä kanssa, jolloin on luontevampaa puhua interferenssi-termeistä kuin ristitermeistä

(neliöllisissä) aika-taajuusesityksissä, jotka ovat muotoa [37]

$$C(t, \omega) = \int \int \Phi(\tau, \nu) WD(t - \tau, \omega - \nu) d\tau d\nu, \quad (4.11)$$

jossa  $\Phi$  on esityksen määrittävä ydinfunktio. Cohenin luokan esitykset (4.11) saadaan siis kaksiulotteisena konvoluutiona signaalin Wigner-Villen esityksen ja ydinfunktion  $\Phi$  välillä. Cohenin luokan määritelmä voidaan esittää myös toisella tavalla, joka on useasti kätevämpi tapa ristitermien suodattamisen kannalta. Määritellään ensiksi ambiguiteettifunktio (ambiguity function), joka saadaan hetkellisestä autokorrelaatiofunktioista ottamalla Fourier-muunnos aikamuuttujan suhteen (aikaviiveen sijaan) [37]. Tämän määritelmän mukaan ambiguiteettifunktio

$$A(\nu, \tau) = \int s(t + \frac{\tau}{2}) s^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{-i\nu t} dt. \quad (4.12)$$

Määritelmien avulla huomataan, että Wigner-Villen esitys saadaan ambiguiteettifunktioista ottamalla Fourier-muunnos molempien muuttujien suhteen, eli<sup>2</sup>

$$WD(t, \omega) = \int \int A(\nu, \tau) e^{i(\nu t - \omega \tau)} d\nu d\tau. \quad (4.13)$$

Tässä tapauksessa määritelmän (4.11) mukainen ristitermien suodattaminen vastaa kertolaskua ambiguiteettifunktion ja ydinfunktion  $\Phi$  kaksiulotteisen Fourier-muunnoksen välillä. Tämä on seurausta konvoluutioteoreeman soveltamisesta yhtälöön (4.11). Näin Cohenin luokka voidaan siis määrittellä ambiguiteettifunktion avulla muodossa

$$C(t, \omega) = \int \int \Upsilon(\nu, \tau) A(\nu, \tau) e^{i(\nu t - \omega \tau)} d\nu d\tau. \quad (4.14)$$

Yhtälöt (4.14) ja (4.11) ovat yhtäpitäviä, mikäli ydinfunktiot toteuttavat ehdon  $\Phi(t, \omega) = \mathcal{F}_{\nu \rightarrow t}^{-1} \{ \mathcal{F}_{\tau \rightarrow \omega} \{ \Upsilon(\nu, \tau) \} \}$ .

#### 4.3.4 S-menetelmä

Ensimmäinen tapa Wigner-Villen esityksen ristitermien suodattamiseen on ikkunoida hetkellistä autokorrelaatiofunktioita (4.9) aikaviiveen suunnassa ikkunafunktiolla  $w$  ennen Fourier-muunnoksen ottamista. Näin saadaan ns. pseudo-Wignerin esitys [37]

$$PWD(t, \omega) = \int w(\frac{\tau}{2}) s(t + \frac{\tau}{2}) w(-\frac{\tau}{2}) s^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{-i\omega \tau} d\tau. \quad (4.15)$$

<sup>2</sup>tässä luvussa jätetään käänteisen Fourier-muunnoksen määritelmässä esiintyvä muuttujan vaihdosta aiheutuva kerroin huomiotta, joka on merkintöjen väärinkäyttöä mutta tulosten soveltamisen kannalta epäoleellista

Koska ikkunointi suoritetaan aikaviiveen suunnassa, suodatuksen vaikutus on oskilloivien ristitermien väheneminen esityksen taajuussuunnassa  $\omega$ . Sen sijaan aikasuunnassa  $t$  oskilloiviin ristitermeihin ei aikaviiveen suunnassa tehty ikkunointi vaikuta.

Todetaan seuraavaksi helposti lyhytaikaisen Fourier-muunnoksen määritelmästä nähtävä tulos (ks. Liite kohta 6.5), jonka mukaan

$$w\left(\frac{\tau}{2}\right)s\left(t + \frac{\tau}{2}\right) = \int STFT(t, \theta) \exp(i\theta\frac{\tau}{2})d\theta. \quad (4.16)$$

Sijoittamalla tulos (4.16) yhtälöön (4.15) molempien ikkunoitujen signaalien tilalle saadaan lyhyellä laskulla (ks. Liite kohta 6.5)

$$PWD(t, \omega) = \int STFT(t, \omega + \theta)STFT^*(t, \omega - \theta)d\theta. \quad (4.17)$$

Yhtälön (4.17) oikea puoli on määritelmän mukaan lyhytaikaisen Fourier-muunnoksen taajuussuunnassa laskettu autokorrelaatiofunktio (erona normaaliin korrelaation määritelmään on ainostaan se, että molempia signaaleja siirretään toistensa suhteen integrandissa). Pseudo-Wignerin esityksessä käytetty aikaviiveikkuna vastaa tällöin lyhytaikaisessa Fourier-muunnoksessa käytettyä ikkunaa. Pseudo-Wignerin esityksen muoto (4.17) tarjoaa tehokkaan ja helpon tavan suodattaa pseudo-Wignerin esityksessä olevia aikasuunnassa oskilloivia ristitermejä. Oleellista on ensiksi ymmärtää, että kuinka aikasuunnassa oskilloivat ristitermit syntyvät korrelaatiointegraalissa (4.17). Integraalissa (4.17) autotermit tulevat aina pisteen  $\omega$  lähetyviltä, sen sijaan ristitermit tulevat siirryttäessä pois päin pisteestä  $\omega$ . Koska integraalin (4.17) sisällä olevissa STFT:issä siirrytään vastakkaisiin suuntiin, integrandissa suoritettava kertolasku tulee autotermeistä pienillä siirron  $\theta$  arvoilla. Siirron  $\theta$  kasvaessa jossain kohtaa kertolaskussa kerrotaan keskenään kahta eri termiä, jolloin syntyy ristitermi. Näin ollen aikasuunnassa oskilloivat ristitermit pystytään suodattamaan rajoittamalla integrandi nolasta poikkeavaksi ainoastaan pisteen  $\omega$  lähistössä.

Ikkunoimalla intergrandia yhtälössä (4.17) ikkunafunktiolla  $P$  saadaan S-menetelmänä [40, 41] tunnettu aika-taajuusesitys

$$SM(t, \omega) = \int P(\theta)STFT(t, \omega + \theta)STFT^*(t, \omega - \theta)d\theta. \quad (4.18)$$

S-menetelmä kuuluu myös Cohenin luokkaan (4.11), lyhyellä laskulla voidaan todeta (ks. Liite kohta 6.6) että S-menetelmälle

$$\Phi(t, \omega) = 2p(2t)\mathcal{F}_{\tau \rightarrow \omega} \{w(t + \tau/2)w^*(t - \tau/2)\}, \quad (4.19)$$

missä  $p(t) = \mathcal{F}_{\omega \rightarrow t}^{-1} \{P(\omega)\}$ . Ydin on siis ikkunafunktion  $P$  käänteisen Fourier-muunnoksen ja STFT:ssä käytettävän ikkunafunktion  $w$  Wigner-Villen esityksen tulo. S-menetelmästä saadaan siten ääritapauksina STFT:n itseisarvon neliö kun  $P(\omega) = \delta(\omega)$  ja pseudo-Wignerin esitys kun  $P(\omega) = 1$ . S-menetelmässä ikunnan  $P$  tarkoituksena on siis rajata integrandi yhtälössä (4.18) nollassa poikkeavaksi ainoastaan sellaisille integrointimuuttujan arvoille, joilla integraalin sisällä olevassa kertolaskussa tulokseksi syntyy autotermi.

ISAR-kuvanmuodostukseen käytettävän aika-taajuusesityksen valintaan vaikuttavat esityksen muodostamisen laskennallinen taakka sekä kyky eliminoida ristitermit tehokkaasti. Parhaan mahdollisen lopputuloksen (eli fokusoituneen ISAR-kuvan) aikaansaamiseksi on kyettävä järkevällä tavalla valitsemaan esityksen käyttämien ikkunoiden parametrit. Tässä tekstissä ISAR-kuvanmuodostuksessa käytettäväksi aika-taajuus-esitykseksi on valittu S-menetelmä. Tärkeimmät perustelut tälle valinnalle ovat laskennallinen tehokkuus ja ristitermien tehokas eliminointi. Mikäli Cohenin luokan esitys muodostetaan määritelmiä (4.11) tai (4.14) käyttäen, on signaali ylinäytteistettävä kertoimella kaksi (kun halutaan rekonstruoida sama taajuusväli ilman laskostumista kuin STFT:ssä). Tämä johtuu luonnollisesti Wignerin esityksen määrittelevistä yhtälöistä (4.9) ja (4.10) (näytteistetyille signaaleille molempia siirretään puoli näytettä). Koska S-menetelmä voidaan laskea STFT:n avulla, ei signaalia tarvitse ylinäytteistää. Lisäksi määritelmän (4.11) mukainen suodatus on laskennallisesti huomattavasti raskaampaa kuin S-menetelmän (4.18) laskeminen. Toinen valintaa puoltava perustelu on se, että ISAR-sovelluksessa S-menetelmän käyttämät ikkunafunktiot voidaan valita hyvin laskentatehokkaalla ja helpolla tavalla. Tähän palataan kohdassa 4.4.

### 4.3.5 Uudelleensijoitusmenetelmä

Cohenin luokan aika-taajuus-esityksen määritelmistä (4.11) ja (4.14) huomataan, että esityksen  $C$  arvo pisteessä  $(t, \omega)$  muodostetaan summaamalla suodatinfunktion  $\Phi$  sisään jäävät Wigner-Villen esityksen suodattimella  $\Phi$  painotetut arvot. Tämä summattu arvo sijoitetaan aina suodattimen  $\Phi$  geometriseen keskipisteeseen. Tämä suodatus poistaa Wigner-Villen esityksestä tulkintaa vaikeuttavia ristitermejä, mutta samalla se myös väistämättä levittää oleellisia autotermejä. Autotermien leviäminen pystytään kuitenkin osittain kompensoimaan ns. uudelleensijoitusmenetelmän avulla [42]. Uudelleensijoituksen tarkoituksena on luoda muokattu versio alkuperäisestä aika-taajuus-esityksestä. Muokattu versio luodaan siirtämällä alkuperäisen esityksen arvoja pois niistä sijainneista, joihin ne suodatet-

taessa Wigner-Villen esitystä sijoitetaan. Tarkoituksena on osittain kompensoida suodatuksen aiheuttama autotermien leviäminen, joka parantaa aika-taajuus-esityksen luettavuutta. ISAR-kuvanmuodostuksen kannalta tämä tarkoittaa sitä, että pisteleviämiskäyrän amplitudiverhokäyrä on mahdollista kaventaa sivuttaissuunnassa, joka mahdollisesti parantaa ISAR-kuvan kontrastia.

Cohenin luokan aika-taajuus-esitykset (4.11) saadaan alipäästösuodattamalla Wigner-Villen esitystä molemmissa ulottuvuuksissa. Suodatetun esityksen (4.11) arvo kussakin pisteessä saadaan painotettuna summana suodattimen  $\Phi$  sisään jäävistä Wigner-Villen esityksen arvosta. Tämä painotettu summa sijoitetaan määritelmän (4.11) mukaisesti aina suodattimen (geometriseen) keskipisteeseen. Autotermien leviämistä voidaan estää sijoittamalla suodatettu arvo (painotettu summa Wigner-Villen esityksen arvoista) suodattimen sisään jäävän esityksen osan energiakeskipisteeseen<sup>3</sup>. Energiakeskipisteellä tarkoitetaan pistettä, jossa suodattimen sisään jäävän aika-taajuus-esityksen energia keskimääräisesti sijaitsee. Uudelleensijoitus koostuu siten jokaiselle alkuperäisen esityksen pisteelle  $(t, \omega)$  suoritettavasta operaatiosta, jossa kyseisessä pisteessä oleva näyte siirretään ympäristön energiakeskipisteeseen. Pisteessä  $(t, \omega)$  oleva näyte siirretään uuteen sijaintiin, jonka koordinaatit ovat [42]

$$\hat{t}(t, \omega) = t - \frac{\int \int \tau \Phi(\tau, \nu) C(t - \tau, \omega - \nu) d\tau d\nu}{\int \int \Phi(\tau, \nu) C(t - \tau, \omega - \nu) d\tau d\nu} \quad (4.20)$$

ja

$$\hat{\omega}(t, \omega) = \omega - \frac{\int \int \nu \Phi(\tau, \nu) C(t - \tau, \omega - \nu) d\tau d\nu}{\int \int \Phi(\tau, \nu) C(t - \tau, \omega - \nu) d\tau d\nu}. \quad (4.21)$$

Uudelleensijoitetun esityksen  $\hat{C}$  arvo pisteessä  $(t, \omega)$  saadaan summaamalla kaikki alkuperäisestä esityksestä kyseiseen pisteeseen siirretyt arvot. Siis uudelleensijoitetuksi esitykseksi saadaan operaatioiden (4.20) ja (4.21) avulla

$$\hat{C}(t, \omega) = \int \int C(t', \omega') \delta(t - \hat{t}(t', \omega')) \delta(\omega - \hat{\omega}(t', \omega')) dt' d\omega'. \quad (4.22)$$

Koska S-menetelmää ei lasketa käyttäen Cohenin luokan määritelmää (4.11), on ilmeistä, että myös uudelleensijoitusoperaatiot (4.20) ja (4.21) kannattaa laskea toisella tavalla. Hyödyntämällä S-menetelmän ydinfunktiota (4.19) ja määritelmiä (4.20) ja (4.21) saadaan uudeellensijoitusoperaa-

<sup>3</sup>aika-taajuus-esityksen arvojen voidaan ajatella kuvaavan signaalin energiatiheyttä, jolloin energiakeskipiste on analoginen käsite massakeskipisteen kanssa



tiot muodoissa [42, 43]

$$\hat{t}(t, \omega) = t + \Re \left\{ \frac{SM_1(t, \omega)}{SM_2(t, \omega)} \right\} \quad (4.23)$$

ja

$$\hat{\omega}(t, \omega) = \omega - \Im \left\{ \frac{SM_3(t, \omega)}{SM_2(t, \omega)} \right\}. \quad (4.24)$$

Yhtälöissä (4.23) ja (4.24)  $SM_2$  on normaaliin tapaan (4.18) laskettu S-menetelmä (eli integrandin sisällä olevat STFT:t on molemmat laskettu käyttäen samaa ikkunafunktiota  $w(t)$  STFT:n määritelmässä (4.7)). Sen sijaan laskettaessa funktiota  $SM_1$  käytetään integrandin ensimmäistä STFT:tä laskettaessa ikkunafunktiota  $tw(t)$  (ja toisessa normaalia ikkunaa  $w(t)$ ). Vastaavasti funktiossa  $SM_3$  on lyhytaikaisissa Fourier-muunnoksissa käytetty ikkunoita  $\dot{w}(t)$  ja  $w(t)$ . Tuloksista (4.23) ja (4.24) käy helposti ilmi, että miksi niitä on huomattavasti kannattavampaa käyttää yleisten määritelmien (4.20) ja (4.21) sijaan. Yleisten määritelmien mukaan on laskettava aika-taajuus-esityksen energiakeskipisteen paikka erikseen jokaiselle aika-taajuus-alueen pisteelle  $(t, \omega)$  käyttäen Cohenin luokan määritelmää (4.11). Sen sijaan yhtälöiden (4.23) ja (4.24) perusteella kaikki uudelleensijoitusoperaatiot voidaan laskea muodostamalla kolme eri S-menetelmää  $SM_1$ ,  $SM_2$  ja  $SM_3$ . Jälkimmäinen tapa on siten laskennallisesti huomattavasti kevyempi tapa laskea aika-taajuus-esityksen uudelleensijoitettu versio (4.22) S-menetelmän tapauksessa.

#### 4.4 ISAR-kuvanmuodostus

Pyörimisliikkeen kompensointiin käytettävä menetelmä perustuu kohdissa 4.2 ja 4.3 esitettyihin menetelmiin, eli kiilakivi-interpolaatioon ja aika-taajuus-signaalianalyysiin. Kiilakivi-interpolaation tarkoituksena on kompensoida sirottajien lineaarisesta etäisyysmuutoksesta aiheutuva liike etäisyysalkioiden välillä. Tämän tarkoituksena on se, että kyseisen operaation jälkeen sirottajat pysyvät pidemmän aikaa yhdessä etäisyysalkiossa, joka mahdollistaa paremman sivusuuntaisen erottelukyvyn käytettäessä aika-taajuus-esitystä sivusuuntaiseen kuvanmuodostukseen. Sivusuuntainen kuvanmuodostus suoritetaan muodostamalla kunkin etäisyysalkion yksiulotteisesta (hitaan ajan funktiosta) signaalista aika-taajuus-esitys. Tässä työssä käytetyksi aika-taajuus-esitykseksi on valittu S-menetelmä (4.18).

S-menetelmän käyttö edellyttää kahden ikkunafunktion valitsemista. Ensimmäinen näistä ikkunoista on STFT:ssä käytettävä aikaikkuna  $w(t)$ . Tämän ikkunan muoto ja leveys vaikuttavat siihen, että mikä on S-menetelmän

paras mahdollinen erottelukyky taajuusmuuttujassa  $\omega$ . Optimaalinen ikkunan leveys riippuu luonnollisesti siitä, että millainen on etäisyyskompressoidun signaalin  $ss$  vaihehistoria hitaan ajan funktiona. Tutkittavassa ISAR-tapauksessa tämä tarkoittaa sitä, että optimaalinen aikaikkunan leveys ja muoto riippuvat yhteistyöhaluttoman kohteen liiketilasta. Tästä johtuen optimaalisen aikaikkunan valinnasta tulee hyvin oleellinen tekijä muodostetun ISAR-kuvan laadun kannalta. Aika-ikkunan lisäksi on valittava S-menetelmän määritelmässä käytettävä taajuusikkuna  $P$ . Mitä lyhyemmäksi tämä ikkuna valitaan, sitä lähempänä saavutettu lopputulos on STFT:n itseisarvon neliötä. Toisaalta mitä pidemmäksi  $P$  valitaan, sitä lähemmäksi päästään pseudo-Wignerin esitystä. ISAR-sovelluksessa tämä ikkuna tulisi valita siten, että integrandissa (4.18) ei pääse syntymään esitystä sumentavia ristitermejä.

Seuraavan kohdan tarkoituksena on määrittää S-menetelmän käyttämät ikkunafunktiot optimointiongelman ratkaisuna. ISAR-kuvanmuodostuksessa hyvänä kvantitatiivisena mittarina saavutetun lopputuloksen laadusta toimii intensiteettikuvan kontrasti. Näin ollen S-menetelmän ikkunat valitaan siten, että muodostetun ISAR-kuvan kontrasti on paras mahdollinen. Jotta ongelmassa voidaan käyttää samoja kontrastimittareita  $\Psi$  kuin optimointiautofokuksessa, on ISAR-kuvan kokonaisintensiteetti normalisoitava ennen kohdefunktion arvon laskemista. Tämä johtuu luonnollisesti siitä, että erilaisilla ikkunoilla käytetään erilaista amplitudipainotusta ja eri osaa signaalista kuvanmuodostukseen, jolloin kuvan kokonaisenergia vaihtelee. Optimointiautofokuksessa käytettyjen kontrastimittarien  $\Psi$  arvo riippuu merkittävästi kuvan kokonaisintensiteetistä. Tästä syystä kontrastin arvot eivät ole vertailukelpoisia, mikäli kuvien kokonaisintensiteetit ovat hyvin erilaisia. Lisäksi ikkunan pituudesta ja muodosta riippumatta on järkevintä käyttää aina samaa määrää erottelualkioita, sillä myös erottelualkioiden lukumäärä vaikuttaa kuvan kontrastin arvoon merkittävästi.

#### 4.4.1 S-menetelmän ikkunoiden optimointi

Oletetaan seuraavaksi, että etäisyyskompressoidulle signaalille  $ss$  on suoritettu translaatioliikkeen kompensatio sekä kiilakivi-interpolaatio. Viimeinen tehtävä on siten muodostaa jokaisen etäisyysalkion  $r_n$  signaalille  $ss(r_n, t)$  aika-taajuusesitys. Tähän käytetään S-menetelmää, jonka avulla saadaan aikasarja ISAR-kuvia eli kolmiulotteinen funktio  $SM(r, \omega, t)$ .

Fourier-duaalimuuttujien välisen epämääräisyysrelaation alaraja saavutetaan käyttämällä ikkunafunktiona Gaussista funktiota  $w(t) = \exp(-\pi\alpha t^2)$ . Näytteistetyn signaalien tapauksessa on käytettävä äärellisen pituista ikkunaa, jolloin muotoparametrin  $\alpha$  lisäksi on valittava optimaalinen ikkunan

pituus  $\Gamma$ . Määritellään seuraavaksi STFT:hen perustuva kuvafunktio

$$S(r, \omega, t) = \mathcal{F}_{\tau \rightarrow \omega} \left\{ s s(r, t + \tau) \Pi \left( \frac{\tau}{\Gamma} \right) \exp(-\pi \alpha \tau^2) \right\}, \quad (4.25)$$

jota käytetään Gaussisen ikkunan  $w$  parametrien määrittämiseen.

Optimaalisen ikkunafunktion valinta voidaan muotoilla optimointiongelmana seuraavasti. Määritellään ensiksi intensiteettinormalisoitu STFT-ISAR-kuvafunktio

$$\hat{I}(r, \omega, t) = \frac{I(r, \omega, t)}{\sum_{r', \omega'} I(r', \omega', t)}, \quad (4.26)$$

jossa  $I(r, \omega, t) = S(r, \omega, t) S^*(r, \omega, t)$ . Kuvafunktio  $S$  on määritelty yhtälössä (4.25). Kuvafunktio riippuu siis parametreista  $\alpha$  ja  $\Gamma$ , joten merkitään  $\hat{I} = \hat{I}(r, \omega, t; \Gamma, \alpha)$ . Optimointiongelmassa tarvitaan kohdefunktio, joka minimoimalla löydetään halutut arvot parametreille  $\Gamma$  ja  $\alpha$ . Kohdefunktioita varten määritellään intensiteettinormalisoidun kuvafunktion (4.26) kontrasti  $L(\Gamma, \alpha, t) = \sum_{r, \omega} \Psi(\hat{I}(r, \omega, t; \Gamma, \alpha))$ , jossa  $\Psi$  on jokin konveksi (tai konkaavi) funktio (ks. kohta 3.3). Kohdefunktioksi määritellään minimiarvo kaikista kontrastiarvoista, ts.  $L(\Gamma, \alpha) = \min_t L(\Gamma, \alpha, t)$ . Toinen vaihtoehto on käyttää keskiarvoa  $L(\Gamma, \alpha) = \langle L(\Gamma, \alpha, t) \rangle$ . Optimaalinen ikkunafunktio  $w^*(t) = \Pi(t/\Gamma^*) \exp(-\pi \alpha^* t^2)$  saadaan ratkaisemalla optimointiongelma

$$[\Gamma^* \ \alpha^*]^T = \arg \min_{\Gamma, \alpha} L(\Gamma, \alpha). \quad (4.27)$$

Määritellään seuraavaksi S-menetelmään perustuva kuvafunktio ja valitaan taajuusikkunaksi  $P(\omega) = \Pi(\omega/\Omega)$ , jossa  $\Omega$  on suorakaideikkunan pituus. Yhtälön (4.18) perusteella saadaan siis

$$SM(r, \omega, t) = \int_{-\Omega/2}^{\Omega/2} S(r, \omega + \nu, t) S^*(r, \omega - \nu, t) d\nu. \quad (4.28)$$

Yhtälössä (4.28) funktio  $S$  on laskettu käyttämällä saatuja parametrejä (4.27) eli ikkunafunktiota  $w^*$ . Koska S-menetelmä on neliöllinen signaalissa  $s$ , määritellään intensiteettikuvafunktioksi  $I = I(r, \omega, t; \Omega) = |SM(r, \omega, t; \Omega)|$ . Normalisoitu intensiteettikuva saadaan jälleen yhtälön (4.26) avulla. Myös kohdefunktio säilyy samana kuin yllä (sillä erotuksella että muuttujana on ainoastaan ikkunan pituus  $\Omega$ ), joten optimaalinen pituus taajuusikkunalle  $P$  saadaan kuten

$$\Omega^* = \arg \min_{\Omega} L(\Omega). \quad (4.29)$$

Ratkaistaessa optimointiongelmia (4.27) ja (4.29) numeerisesti on laskennallisen tehokkuuden vuoksi järkevää käyttää ainoastaan harvaa näyteistystä aikamuuttujassa  $t$ . Kun optimaaliset ikkunoiden parametrit on määritetty, voidaan muodostaa lopullinen aika-taajuus-esitys ja sen uudelleensijoitettu versio tiheämmällä aikanäyteistyksellä ja valita kontrastiltaan paras hetkellinen ISAR-kuva  $SM(r, \omega, t_m)$  (jossa  $m \in [1, \dots, M]$ ) lopulliseksi ISAR-kuvaksi. Esimerkissä 4.4.2 optimointiongelma (4.27) on ratkaistu yksinkertaisella pattern search-algoritmillä. Koska signaali on näyteistetty aikamuuttujassa  $t$  ja ikkunan  $P$  pituus  $\Omega$  on kokonaisluku, on yksiulotteinen ongelma (4.29) ratkaistu esimerkiksi 4.4.2 yksinkertaisesti brute-force-menetelmällä. Koska onnistunut, parhaalla mahdollisella tavalla fokusoitu ISAR-kuva ei sisällä ristitermejä juuri ollenkaan, on optimaalinen ikkunan  $P$  pituus tyypillisesti aina melko lyhyt. Tästä syystä brute-force-menetelmä soveltuu hyvin ongelman (4.29) ratkaisemiseen.

#### 4.4.2 Esimerkki

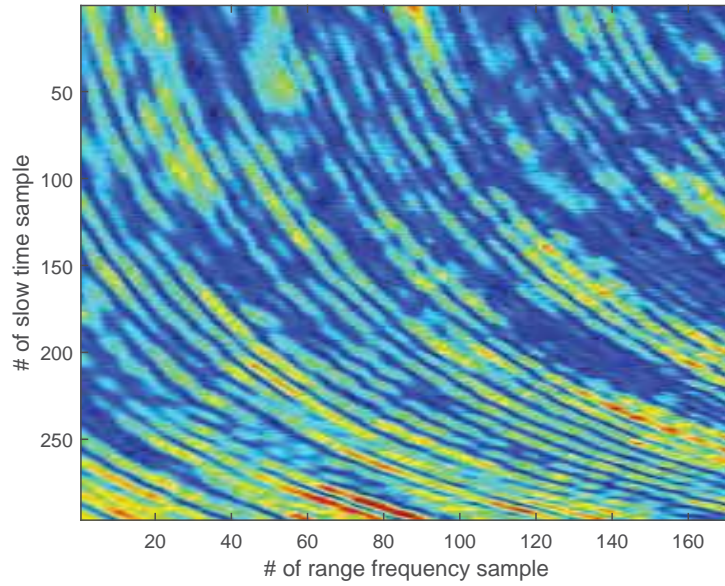
Demonstroidaan ISAR-kuvanmuodostusta yhteistyöhaluttomasta henkilöautosta simuloidulle tutkasignaalille 2.13 translatorisen liikekompensaation jälkeen. Ensimmäiseksi suoritetaan kiilakivi-interpolaatio. Kuvissa 4.1 ja 4.2 on esitetty signaalin  $S_s(k, t) = \mathcal{F}_{r \rightarrow k} \{s_s(r, t)\}$  intensiteetti ennen kiilakivi-interpolaatiota sekä sen jälkeen. Kuvista näkyy hyvin aika-akselin skaalaamisen (4.3) vaikutus, josta aiheutuu interpoloidun signaalin kantaajan kiilamainen muoto kuvassa 4.2. Signaalin  $s_s(r, t)$  intensiteetti kiilakivi-interpolaation jälkeen on piirretty kuvaan 4.3. Vertaamalla kuvaan 2.13 nähdään, että sirottajat pysyvät pidemmän aikavälin yhdessä etäisyysalkiossa.

Kuvissa 4.4 ja 4.5 on esitetty lyhytaikaisen Fourier-muunnoksen (4.25) aika-ikkunan optimoinnissa käytettyjen kohdefunktioiden eli intensiteettikuvan kontrastin käyttäytyminen. Kohdefunktion havaitaan käyttäytyvän erittäin siististi, mikä mahdollistaa laskennallisesti tehokkaan lokaalin optimoinnin ongelman (4.27) ratkaisemiseksi. Kuvassa 4.6 on piirretty sama kohdefunktio optimointiongelman (4.29) eli S-menetelmän ikkunan optimoinnin tapauksessa. Havaitaan, että paras kontrasti saavutetaan melko kapealla ikkunan leveydellä  $\Omega$ .

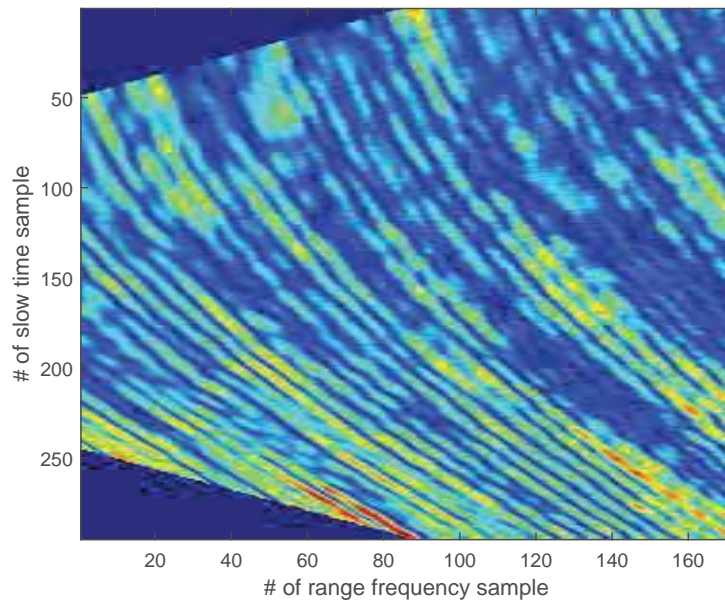
Kuvassa 4.7 on muodostettu ISAR-kuva signaalista 2.13 Fourier-muunnoksella ilman kiilakivi-interpolaatiota (translaatioliikkeen kompensaation eli karkean liikekompensaation ja autofokuksen jälkeen). Kuvasta havaitaan, että epätasaisesta kulma-asennon muutoksesta johtuen heijastuneiden kaikuja vaihehistoriat eivät ole lineaarisia, jolloin vaste leviää kuvan sivusuunnassa. Lisäksi sirottajat liikkuvat koherentin prosessointiajan

kuluessa etäisyysalkiosta toiseen, eli vaste leviää myös etäisyys suunnassa. Kiilakivi-interpolaation jälkeen optimoiduilla ikkunoilla muodostetun S-menetelmän kontrastiltaan paras ISAR-kuva ja sen uudelleensijoitettu versio löytyvät kuvista 4.8 ja 4.9. Kuvaan 4.10 on vielä piirretty saatujen intensiteettinormalisoidujen ISAR-kuvien entropia hitaan ajan funktiona. Kuvasta havaitaan, että uudelleensijoitus madaltaa selkeästi intensiteetikuvan entropiaa. Kuvassa 4.11 on muodostettu ISAR-kuva takaisinprojektiolla olettaen auton liikerata tunnetuksi. Tätä kuvaa voidaan siten verrata kuviin 4.8 ja 4.9, jotka on muodostettu tässä tekstissä esitetyillä liikekompensaatiomenetelmillä ilman minkäänlaista a priori-informaatiota auton liikeradasta.

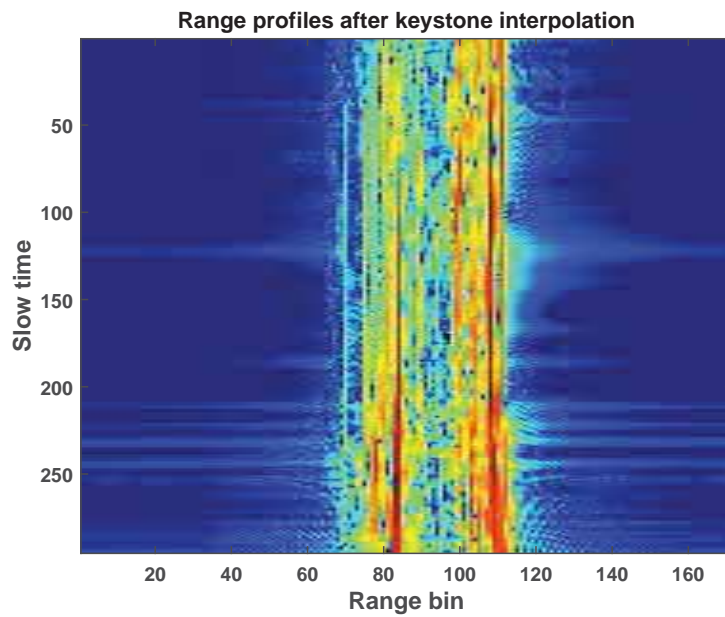
Kuvasta 4.9 ja uudelleensijoitetun kuvafunktion entropiakäyrästä kuvassa 4.10 havaitaan uudelleensijoitetun esityksen sisältävän hieman kohinan tyypistä satunnaista vaihtelua. Tätä ilmiötä voidaan selittää seuraavasti. Uudelleensijoitusoperaatiot ovat mielekkäitä ainoastaan silloin, kun alkuperäisen esityksen intensiteetti on tutkittavassa kohdassa riittävän suuri. Mikäli signaalin intensiteetti on hyvin pieni tutkittavalla alueella, tulee uudelleensijoitusoperaatiosta lähes satunnainen. Tämä ilmiö korostuu entistään tutkasignaaleille, joka tyypillisesti sisältää hyvin suuren intensiteettiskaalan ilmiöitä (tästä syystä kaikki kuvat on esitetty logaritmisella asteikolla). Uudelleensijoitusoperaatiolle on täten syytä asettaa jokin kynnys, jolloin sitä ei suoriteta niissä alueissa joissa signaali on intensiteetiltään hyvin pientä. Tässä esimerkissä tätä kynnystä ei ole valittu täysin optimaalisesti, josta aiheutuu kuvissa 4.9 ja 4.10 havaittava kohinamainen käyttäytyminen.



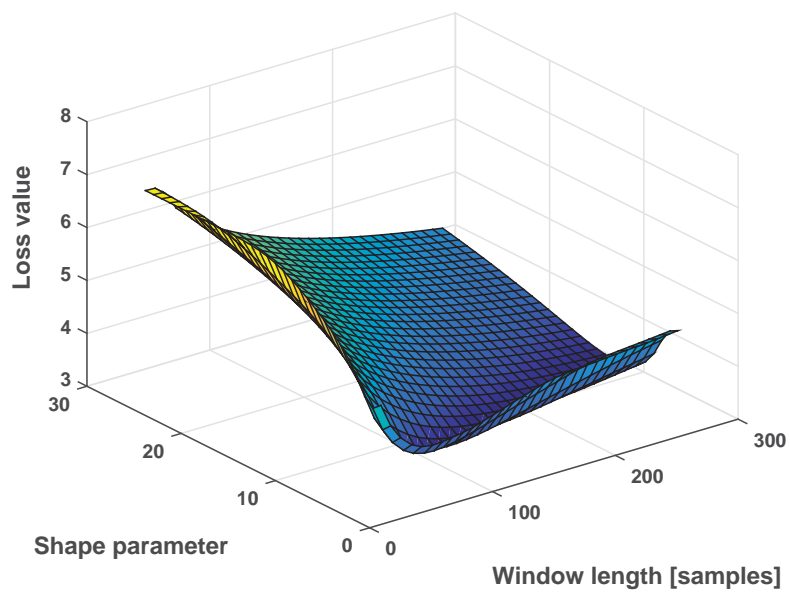
Kuva 4.1: Signaalin intensiteetti  $(k, t)$ -alueessa ennen kiilakivi-interpolaatiota.



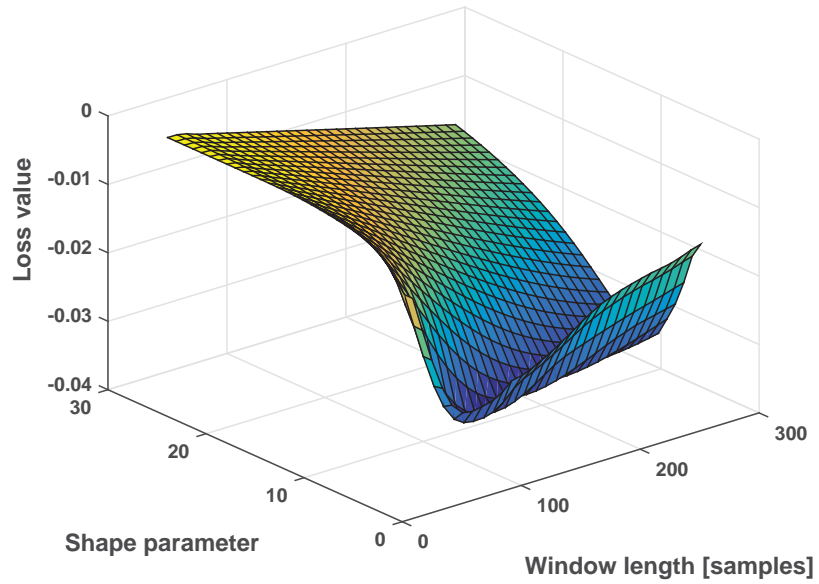
Kuva 4.2: Signaalin intensiteetti  $(k, t)$ -alueessa kiilakivi-interpolaation jälkeen.



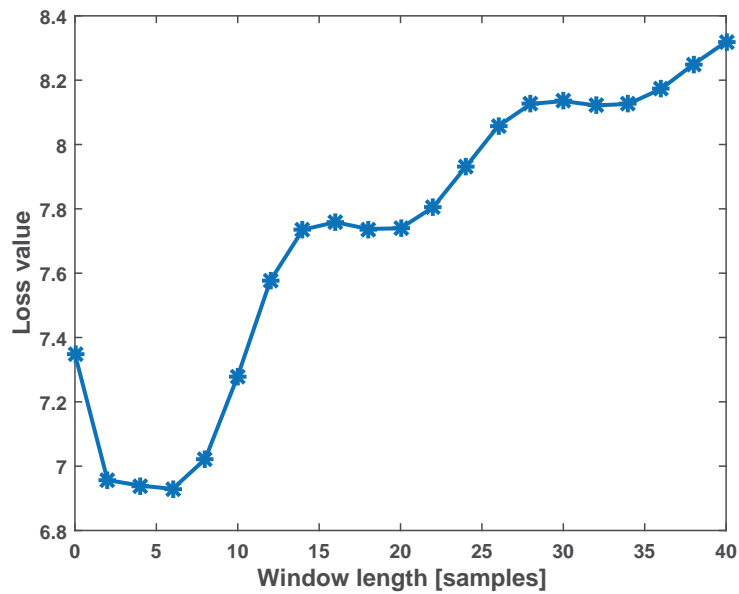
Kuva 4.3: Signaalin intensiteetti  $(r, t)$ -alueessa kiilakivi-interpolaation jälkeen.



Kuva 4.4: Aika-ikkunan optimointiongelmassa (4.27) käytetyn kohdefunktion  $L$  käyttäytyminen, kun  $\Psi(I) = -I \ln I$ .

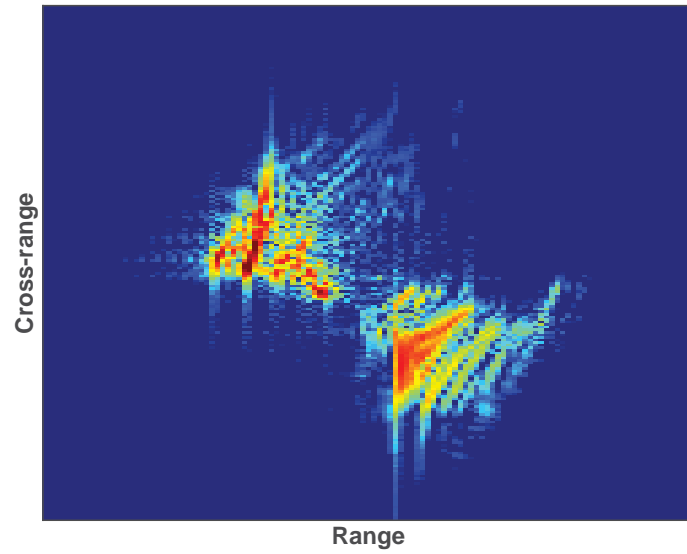


Kuva 4.5: Aika-ikkunan optimointiongelmassa (4.27) käytetyn kohdefunktion  $L$  käyttäytyminen, kun  $\Psi(I) = -I^2$ .

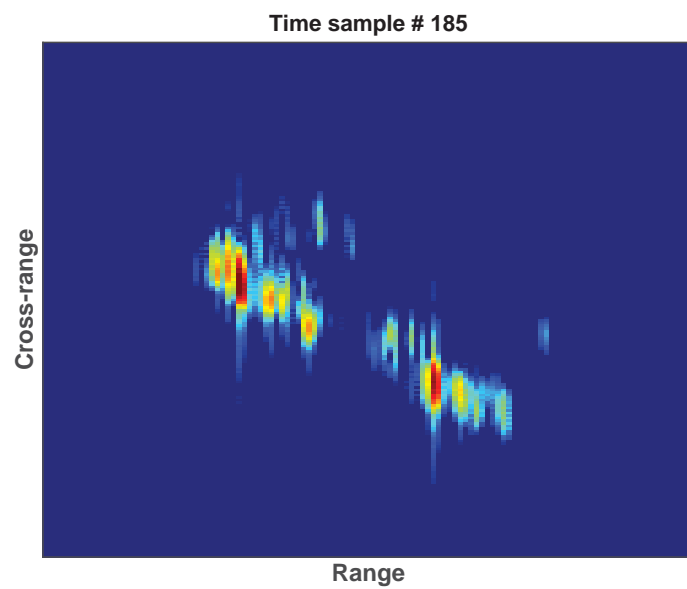


Kuva 4.6: S-menetelmän taajuusikkunan optimoinnissa käytetyn kohdefunktion käyttäytyminen.

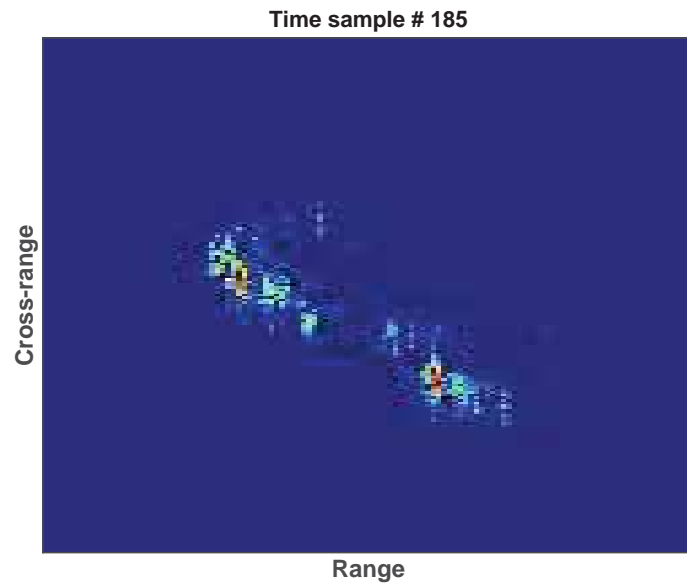




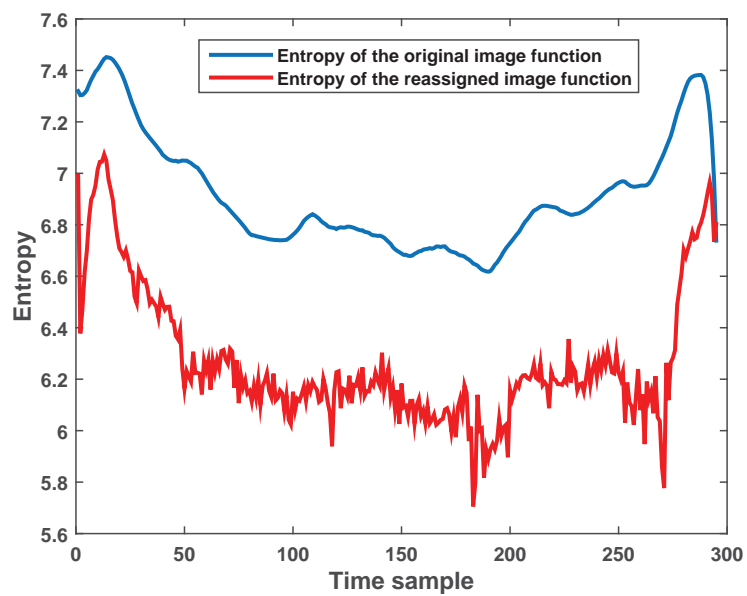
Kuva 4.7: Fourier-muunnoksella laskettu ISAR-kuva translaatioliikkeen kompensaaion jälkeen.



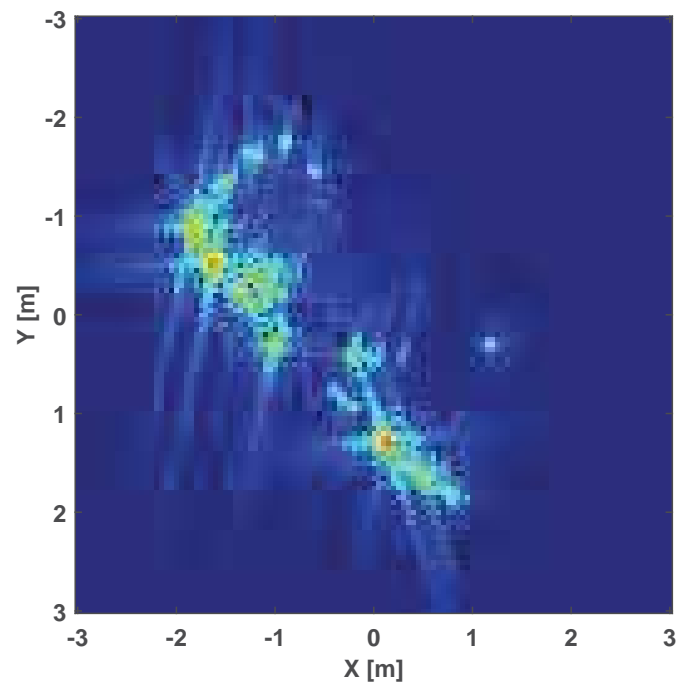
Kuva 4.8: S-menetelmällä laskettu ISAR-kuva.



Kuva 4.9: Uudelleensijoitettu versio ISAR-kuvasta 4.8.



Kuva 4.10: Intensiteettikuvien entropia ennen uudelleensijoitusta ja uudelleensijoituksen jälkeen.



Kuva 4.11: Idealisesti fokusoitu, takaisinprojektiolla laskettu ISAR-kuva.

## 5 Yhteenveto ja pohdiskelua

Tässä tekstissä käsitellyt menetelmät muodostavat kokonaisuuden, jota voidaan hyödyntää ISAR-kuvien muodostamiseen yhteistyöhaluttomista kohteista. Lisäksi translaatioliikkeen kompensointiin käytettyjä menetelmiä voidaan käyttää SAR-tutkan liikekompensaatiossa. Yhteistyöhaluttoman ISAR-kohteen kuvantaminen on yleisessä tapauksessa erittäin haastava ongelma, eikä tämä työ siihen kykene tarjoamaan mitään yksinkertaista, helppoa tai yleispätevää menetelmää. Sen sijaan ongelma on jaettu useampaan erilliseen osaan, ja kussakin osassa on käytetty tiettyjä ongelmia helpottavia approksimaatiota. Jatkossa olisi syytä pohtia, että voidaanko ongelma ratkaista helpommin käyttämällä suoraviivaisempaa lähestymistapaa. Tällainen lähestymistapa olisi esimerkiksi takaisinprojektion hyödyntäminen ISAR-kuvanmuodostuksessa. Ongelmana tällöin on se, että kuvanmuodostusta varten tarvitaan eksplisiittinen tieto kohteen kaikista vapausasteista kullakin ajanhetkellä etäisyyden  $r(x, y; t)$  ratkaisemiseksi yhtälössä (1.21). Kolmiulotteisessa paikka-avaruudessa vapausasteita ovat mielivaltaisen kohteesta valitun pisteen sijainti  $[x \ y \ z]^T$  sekä kohteen orientaatio joidenkin valittujen koordinaattiakselien suhteen (esimerkiksi Eulerin kulmat), jonka kuvaamiseen tarvitaan kolme lukua. Ongelmassa on siten yhteensä  $6M$  tuntematonta vapausastetta. Tämän ongelman ratkaisemiseen laskennallisesti mielekkäällä tavalla ei ole toistaiseksi kyetty.

Karkeassa liikekompensaatiossa käytettyjen heurististen optimointimenetelmien systemaattista vertailua ei ole tässä työssä tehty. Työ tarjoaa kuitenkin valmiit lähtöasetelmat tällaisen vertailun tekemiseen, kuten kohdassa 2.3.3 on mainittu. Vertailun suorittamiseksi on siis ensiksi metaoptimoitava kunkin heuristisen optimointialgoritmin käyttämät parametrit. Vertailu voidaan suorittaa esimerkiksi siten, että annetaan metaoptimoituilla parametreilla toimivan algoritmin suorittaa ennalta annettu määrä kohdefunktion arviointeja. Kun tämä prosessi toistetaan useita kertoja, saadaan joukko kohdefunktion arvoja, joihin kyseinen optimointialgoritmi on päätenyt. Eri optimointialgoritmeille tällä tavoin saaduille kohdefunktion arvojen joukoille voidaan tehdä jokin sopiva tilastollinen testi (esim. Studentin t-testi), jonka perusteella algoritmit voidaan ehkä asettaa ratkaistun ongelman (eli karkean liikekompensointin (2.8)) tapauksessa paremmuusjärjestykseen.

Eräs mahdollisuus karkeaan liikekompensointin käytetyn algoritmin jatkokehitykseen olisi tuottaa jollakin yksinkertaisella ja nopealla menetelmällä alkuarvaus kohteen etäisyysmuutokselle. Hyvä ja melko tarkka al-

kuarvaus nimittäin helpottaisi huomattavasti algoritmista tarvittavaa globaalia optimointia. Alkuarvauksen voisi tuottaa esimerkiksi peräkkäisten etäisyysprofiilien korrelaatioon tai etäisyysprofiilin energiakeskipisteen sijaintiin perustuen. Riitävän hyvällä alkuarvauksella karkeasta liikekompensaatiosta saatettaisiin selvitä jopa lokaalilla optimoinnilla, joka helpottaisi huomattavasti tarvittavan laskennan määrää.

Autofokuksen osalta mielenkiintoinen jatkotutkimuksen aihe on vaihegradienttimenelmässä käytetyn lähestymistavan soveltaminen takaisinprojektiolle. Toisin kuin optimointiautofokuksen tapauksessa, vaihegradienttimenelmää ei voida yleistää toimimaan takaisinprojektiolla lasketuille SAR-kuville. Vaihegradienttimenelmän kannalta pakollinen oletus on, että kunkin sirottajan heijastaman kaiun vaihehistoria on saman mallin mukainen (spotlight-tapauksessa lineaarinen). Kysymys kuuluukin, että onko etäisyyskompressoidusta signaalista jollakin tavalla mahdollista estimoida hitaasta ajasta riippuvaa vaihevirhefunktiota, vaikka vaihehistoriat olisivat mielivaltaisia hitaan ajan funktioita.

Optimointiautofokukseen liittyen voisi jatkossa tutkia, että saavutetaanko toisen kertaluvun derivaattainformaatiolla vielä lisää laskennallista hyötyä. Newton-Raphson-menetelmän käyttäminen (eli Hessen matriisin arvioiminen ja kääntäminen) tuskin on järkevää varsinkaan muuttujien (eli vaihekorjausten) määrän kasvaessa hyvin suureksi. Esimerkissä 3.3.8 havaittiin, että kvasi-Newton konvergoitui hitaammin kuin pelkästään ensimmäisen kertaluvun derivaattoihin pohjautuvat menetelmät, joka ennakoitiin Newton-Raphson-menetelmä tuskin tuottaa merkittävää hyötyä optimointiautofokuksessa. Sen sijaan viivahaussa ja yksiulotteisessa optimoinnissa kohdefunktion toisia derivaattoja hyödyntämällä voitaisiin laskentaa kenties tehostaa.

Optimointiautofokukseen liittyvä oleellinen jatkotutkimuksen aihe on käytetyn kohdefunktion valitseminen automaattisesti. Käytössä olleen datan rajallisuuden vuoksi tässä tekstissä ei SAR-kuvien osalta perehdytty tähän ongelmaan. ISAR-tapauksessa kohdefunktion valinta ei ole yhtä kriittinen ongelma, sillä kuvattava kohde sisältää lähes aina joitain voimakkaasti heijastavia pisteitä, jolloin tekstissä esitetyt yksinkertaiset kontrastimittarit kuten potenssilaki (3.25) ja entropia (3.27) tuottavat hyvän lopputuloksen. Sen sijaan SAR-tapauksessa kuvattavat kohdealueet voivat olla hyvin erityyppisiä, jolloin kohdefunktion valinnalla on suurempi merkitys. Tällöin käytetyn kohdefunktion voisi valita esimerkiksi perustuen johonkin etäisyysprofiileista laskettavaan kvantitatiiviseen mittariin. Mikäli kohdealue sisältää voimakkaita sirottajia, sisältävät etäisyysprofiilit suurta amplitudin vaihtelua, jonka perusteella voidaan kohdefunktioksi valita esimerkiksi potenssilaki suurella potenssin  $\alpha$  arvolla ( $\alpha > 2$ ). Mikäli kohdealue ei sisällä

voimakkaasti heijastavia rakenteita, on etäisyysprofiilien amplitudivaihtelu pienempää ja optimoinnissa käytettävänä kohdefunktiona paremman lopputuloksen tuottaa esimerkiksi potenssilaki pienellä potenssin  $\alpha \approx 1$  arvoilla.

Pyörimisliikkeen kompensatio on yhteistyöhaluttoman ISAR-kohteen kuvanmuodostuksen vaikein osa-alue. Aika-taajuus-esityksen avulla kyetään muodostamaan fokusoitunut ISAR-kuva monimutkaisista liikkeistä huolimatta, mutta sivusuuntaista erottelukykä rajoittaa sirottajien liike etäisyserottelualkiosta toiseen etäisyyskompressoidussa signaalissa. Kiilakivi-interpolaatiolla kyetään kompensoimaan lineaarisesta (tai yhdestä korkeamman asteluvun) etäisyysmuutoksesta aiheutuva liike, mutta kohteen liikkeen ollessa monimutkaista etäisyysmuutos on lähellä lineaarista ainoastaan hyvin lyhyellä aikavälillä. Tätä varten olisi kannattavaa kehittää menetelmä, joka automaattisesti etsii etäisyyskompressoidusta signaalista kiilakivi-interpolaatioon parhaiten soveltuvan osan. Edellä mainitusta syystä tässä tekstissä pyörimisliikkeen kompensointiin käytetyt menetelmät toimivat ainoastaan lyhyissä aikaikkunoissa. Jatkossa olisi mielekäästä tutkia, että voidaanko monimutkaisten liikahdusten aiheuttamia kullekin sirottajille erilaisia etäisyysmuutoksia kompensoida jollakin muulla tavalla.

ISAR-kuvanmuodostuksessa käytetyn aika-taajuus-esityksen merkitystä ISAR-kuvan laatuun voisi tutkia jonkin kvantitatiivisen mittarin avulla. ISAR-sovelluksessa on hyvin oleellista, että esityksessä käytetyt ikkunat on valittu optimaalisella tavalla. Tässä työssä S-menetelmä valittiin käytetyksi aika-taajuus-esitykseksi laskennallisen tehokkuuden vuoksi. Jatkossa olisi hyvä tutkia, että voidaanko Cohenin luokan määritelmien (4.11) ja (4.14) avulla saavuttaa jotakin etua ISAR-kuvanmuodostuksessa. Tällöin ydinfunktiot  $\Phi$  ja  $\Upsilon$  voisi määrittää jonkin optimointitehtävän ratkaisuna, kuten S-menetelmän tapauksessa tehtiin. ISAR-kuvan tulkinnan kannalta oleellinen ongelma on lisäksi kuvan skaalaaminen paikka-avaruuden dimensioon (eli metriin) sivusuunnassa, johon ei tässä työssä ole paneuduttu.

## 6 Liite

### 6.1 Stationäärisen vaiheen approksimaatio

Stationäärisen vaiheen approksimaation avulla voidaan arvioida integraaleja, joita ei voida esittää suljetussa muodossa [44]. Tarkoituksena on arvioida muotoa

$$I = \int_{x_a}^{x_b} f(x)e^{i\phi(x)} dx \quad (6.1)$$

olevaa integraalia, jossa  $f$  on hitaasti välillä  $x \in [x_a, x_b]$  muuttuva funktio ja  $\phi$  on puolestaan nopeasti samalla välillä muuttuva funktio. Koska  $\phi$  on nopeasti muuttuva, integrandi oskilloi voimakkaasti  $x$ :n funktiona. Tämä tarkoittaa sitä, että integrandi saa sekä positiivisia että negatiivisia arvoja lähekkäisillä  $x$ :n arvoilla, jolloin ne integroitaessa kumoavat toisiaan. Integraaliin saadaan siis nollasta poikkeavaa kontribuutiota ainoastaan silloin, kun funktio  $\phi$  muuttuu hitaasti (tällöin summattavat termit ovat lähes samanvaiheisia). Integraaliin (6.1) saadaan siis nollasta poikkeavaa kontribuutiota ainoastaan funktion  $\phi$  stationääristen pisteiden lähetyvillä, eli kun  $d\phi/dx = \phi'(x) = 0$ . Olkoon funktion  $\phi$  stationäärinen piste välillä  $[x_a, x_b]$   $x^*$ , eli  $\phi'(x^*) = 0$ . Koska integraalissa (6.1) funktio  $f$  muuttuu hitaasti, voidaan asettaa  $f(x) = f(x^*)$ . Korvataan lisäksi funktio  $\phi$  sen toisen asteen Taylorin polynomilla pisteen  $x^*$  ympäristössä eli asetetaan

$$\phi(x) = \phi(x^*) + \frac{\phi''(x^*)}{2}(x - x^*)^2. \quad (6.2)$$

Tämä approksimaatio tehdään sen nojalla, että  $\phi$  muuttuu hitaasti stationäärisen pisteen lähistöllä. Näin ollen saadaan Gaussinen integraali, jonka tuloksena saadaan

$$\begin{aligned} I &= \int_{x_a}^{x_b} f(x^*) \exp \left[ i \left( \phi(x^*) + \frac{\phi''(x^*)}{2}(x - x^*)^2 \right) \right] dx \\ &= \sqrt{\frac{2\pi i}{\phi''(x^*)}} f(x^*) e^{i\phi(x^*)}. \end{aligned} \quad (6.3)$$

## 6.2 Pulssikompressio

Lasketaan seuraavaksi tutkan vastaanottaman, yhden ideaalisen tutkasta etäisyydellä  $r_s$  olevan sirottajan heijastaman aika-alueen kaiun

$$s(t) = \Pi\left(\frac{t-t_d}{T}\right) \exp\left[i(2\pi f_c(t-t_d) + \pi\gamma(t-t_d)^2)\right] \quad (6.4)$$

ja referenssisignaalin

$$g(t) = \Pi\left(\frac{t-t_0}{T}\right) \exp\left[i(2\pi f_c(t-t_0) + \pi\gamma(t-t_0)^2)\right] \quad (6.5)$$

välinen ristikorrelaatio. Tämä toimenpide tunnetaan myös nimellä pulssikompressio. Nyt  $t_d = 2r_s/c$  ja  $t_0 = 2r_0/c$ , jossa  $r_0$  on käytetty referenssietäisyys. Korrelaatioteoreeman perusteella haluttu korrelaatiofunktio saadaan kuten

$$(g \star s)(t) = \mathcal{F}_{\omega \rightarrow t}^{-1} \{S(\omega)G^*(\omega)\}, \quad (6.6)$$

kun  $S(\omega) = \mathcal{F}_{t \rightarrow \omega} \{s(t)\}$  ja  $G(\omega) = \mathcal{F}_{t \rightarrow \omega} \{g(t)\}$ . Funktioiden  $s$  ja  $g$  Fourier-muunnoksia ei voida esittää suljetussa muodossa, joten lasketaan ne käyttäen stationääriseen vaiheen approksimaatiota. On siis arvioitava integraalia, joka on muotoa

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \int_{t_d-T/2}^{t_d+T/2} \exp\left[i(2\pi f_c(t-t_d) + \pi\gamma(t-t_d)^2 - \omega t)\right] dt \\ &= \int_{t_d-T/2}^{t_d+T/2} \exp[i\phi_s(t)] dt. \end{aligned} \quad (6.7)$$

Vaihefunktion aikaderivaatta on nyt

$$\dot{\phi}_s(t) = 2\pi f_c + 2\pi\gamma(t-t_d) - \omega, \quad (6.8)$$

joten stationääriseksi pisteeksi saadaan

$$t_s^* = \frac{1}{2\pi\gamma} (\omega - 2\pi f_c + 2\pi\gamma t_d). \quad (6.9)$$

Vastaavasti saadaan funktion  $g$  Fourier-muunnoksen integrandin vaihefunktion stationääriseksi pisteeksi

$$t_g^* = \frac{1}{2\pi\gamma} (\omega - 2\pi f_c + 2\pi\gamma t_0). \quad (6.10)$$



Yhtälössä (6.3) esiintyvä kompleksinen vakiokerroin on tämän analyysin kannalta merkityksetön, joten integraalia (6.7) voidaan approksimoida tuloksella

$$S(\omega) \approx \exp [i\phi_s(t_s^*)], \quad (6.11)$$

ja vastaavasti

$$G(\omega) \approx \exp [i\phi_g(t_g^*)]. \quad (6.12)$$

Seuraavaksi muodostetaan tulofunktio

$$\begin{aligned} S(\omega)G^*(\omega) &= \exp [i(\phi_s(t_s^*) - \phi_g(t_g^*))] \\ &= \exp \{i[2\pi f_c(t_s^* - t_d) - 2\pi f_c(t_g^* - t_0) + \pi\gamma(t_s^* - t_d)^2 \\ &\quad - \pi\gamma(t_g^* - t_0)^2 - \omega t_s^* + \omega t_g^*]\}. \end{aligned} \quad (6.13)$$

Yhtälön (6.13) sieventämiseksi todetaan seuraavat yhtälöistä (6.9) ja (6.10) helposti nähtävät tulokset

$$t_s^* - t_g^* = t_d - t_0, \quad (6.14)$$

$$t_s^{*2} - t_g^{*2} = t_d^2 - t_0^2 + \frac{\omega}{\pi\gamma}(t_d - t_0) - \frac{2f_c}{\gamma}(t_d - t_0), \quad (6.15)$$

$$-2t_s^*t_d = -\frac{\omega t_d}{\pi\gamma} + \frac{2f_c}{\gamma}t_d - 2t_d^2 \quad (6.16)$$

ja

$$2t_g^*t_0 = \frac{\omega t_0}{\pi\gamma} - \frac{2f_c}{\gamma}t_0 + 2t_0^2. \quad (6.17)$$

Sijoittamalla nämä tulofunktioon (6.13) saadaan

$$\begin{aligned} S(\omega)G^*(\omega) &= \\ \exp [-i\omega(t_s^* - t_g^*)] &= \exp [-i2\pi(f + f_c)(t_d - t_0)]. \end{aligned} \quad (6.18)$$

Yhtälössä (6.18) on siirretty kulmataajuusmuuttujasta  $\omega$  taajuusmuuttujaan  $f = \omega/2\pi$ . Lisäksi taajuusmuuttujasta on erotettu kanta-aaltotaajuus  $f_c$ , jolloin oletetaan että  $|f| \leq B/2$ . Toisin sanoen signaalin oletetaan olevan kais-tarajoitettu. Tarkalleen ottaen näin ei voi olla, sillä molemmat funktiot  $s$  ja  $g$  on määritelty aikarajoitetuiksi yhtälöissä (6.4) ja (6.5). Oletetaan kuitenkin, että suurin osa tulofunktion nolasta poikkeavasta energiasta sijaitsee välillä  $f \in [-B/2, +B/2]$ , jolloin sitä voidaan approksimoida nollassa tämän välin ulkopuolella eli kais-tarajoitettuna (tämä pätee hyvin lineaariselle taajuuspyyhkäisylle, kun signaalin aikakeston  $T$  ja vaihemodulaation kais-tanleveyden  $B$  tulo  $BT$  on suuri). Korrelaatiolasku viimeistellään ottamalla

käänteinen Fourier-muunnos saadusta tulofunktiosta (6.18). Siis

$$\begin{aligned}
(g \star s)(t) &= \int_{-B/2}^{B/2} \exp[-i2\pi(f + f_c)(t_d - t_0)] \exp[i2\pi t(f + f_c)] df \\
&= \exp[i2\pi f_c(t - (t_d - t_0))] \int_{-B/2}^{B/2} \exp[i2\pi f(t - (t_d - t_0))] df \\
&= \exp[i2\pi f_c(t - (t_d - t_0))] \Big|_{-B/2}^{B/2} \frac{\exp(i2\pi f(t - (t_d - t_0)))}{i2\pi(t - (t_d - t_0))} \\
&= B \exp[i2\pi f_c(t - (t_d - t_0))] \operatorname{sinc}[B(t - (t_d - t_0))].
\end{aligned} \tag{6.19}$$

SAR-analyysin kannalta oleellisinta on saadun tuloksen vaiheen käyttäytyminen, joten yhtälössä (6.19) esiintyvä amplitudin vakiokerroin  $B$  voidaan jättää huomiotta. Stationäärisen vaiheen approksimaatiota käytettäessä yhtälöissä (6.11) ja (6.12) amplitudikertoimet jätettiin huomiotta, joten saadun funktion (6.19) amplitudi ei ole täsmällinen muutenkaan. Ennen näytteistystä signaalista tyypillisesti poistetaan kanta-aallon taajuudella tapahtuva värähtely eli se siirretään ns. kantataajuuskaistalle. Matemaattisesti tämä tarkoittaa sitä, että tulos (6.19) kerrotaan termillä<sup>1</sup>  $\exp(-i2\pi f_c t)$ . Lopulliseksi tulokseksi saadaan siten

$$(g \star s)(t) = \exp(-i2\pi f_c t_{d0}) \operatorname{sinc}[B(t - t_{d0})], \tag{6.20}$$

jossa  $t_{d0} = t_d - t_0$ .

### 6.3 Projektioviipaletoreeman todistus

Osoitetaan ensiksi, että teoreema pätee, kun projektiofunktio muodostetaan kulmalla  $\theta = 0$  eli  $x$ -akselin suhteen. Nyt  $u = y$  ja  $k_u = k_y$ , joten

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_{u \rightarrow k_u} \{p_0(u)\} &= \int \int g(x, y) e^{-ik_y y} dx dy = \\
&= \int \int g(x, y) e^{-i(0 \cdot x + k_y y)} dx dy = G(0, k_y),
\end{aligned} \tag{6.21}$$

eli väite pätee kun  $\theta = 0$ . Väitteen todistamiseksi mielivaltaiselle kulmalle  $\theta$  pitää osoittaa, että

$$\mathcal{F}_{x \rightarrow k_x} \mathcal{F}_{y \rightarrow k_y} \{ \{g(u(x, y), v(x, y))\} \} = G(k_u(k_x, k_y), k_v(k_x, k_y)), \tag{6.22}$$

<sup>1</sup>tämä operaatio voidaan yhtä hyvin suorittaa ennen korrelaation eli pulssikompression laskemista, lopputuloksen kannalta järjestyksellä ei ole merkitystä

jossa  $(k_u, k_v)$  ovat  $(u, v)$ -systeemin Fourier-duaalimuuttujat ja taajuusalueessa pätee kuvan 1.2 mukainen geometria paikkamuuttujia vastaavien taajuusmuuttujien välillä, eli

$$\begin{bmatrix} k_u \\ k_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \end{bmatrix}. \quad (6.23)$$

Määritelmiä hyödyntämällä saadaan

$$\begin{aligned} & \mathcal{F}_{x \rightarrow k_x} \mathcal{F}_{y \rightarrow k_y} \{ \{ g(u(x, y), v(x, y)) \} \} \\ &= \int \int g(u(x, y), v(x, y)) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy \\ &= \int \int g(u, v) e^{-i[k_x(u \cos \theta + v \sin \theta) + k_y(-u \sin \theta + v \cos \theta)]} dx dy \\ &= \int \int g(u, v) e^{-i(k_u u + k_v v)} du dv = G(k_u, k_v). \end{aligned} \quad (6.24)$$

Edellä on hyödynnetty sitä, että rotaatiomuunnoksen Jacobin determinanti on yksi, josta seuraa että  $dx dy = du dv$ . Tulos (6.24) tarkoittaa sitä, että käännetyn funktion  $g(u, v)$  Fourier-muunnos saadaan kääntämällä alkuperäisen funktion  $g(x, y)$  Fourier-muunnosta  $G(k_x, k_y)$  kulmalla  $\theta$ . Tämä puolestaan tarkoittaa sitä, että yhtälössä (6.21) voimme kääntää projektiot-funktiota  $p_0(y)$  ja tulosta  $G(0, k_y)$  mielivaltaisella kulmalla  $\theta$ , joka osoittaa projektioviipaiteoreeman todeksi kaikilla kulmilla  $\theta$ .  $\square$

## 6.4 Wolfen ehdot

Wolfen ehdot määrittävät ensimmäisen kertaluvun optimoinnissa suoritettavan viivahaun ratkaisulle tietyt ehdot, jotka sen on toteutettava. Viivahaussa minimoidaan funktiota  $\eta(\alpha) = L(\phi + \alpha \mathbf{p})$ , kun kohdefunktiona on  $L : \mathbb{R}^M \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\phi \in \mathbb{R}^M$  ja  $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^M$  on sellainen suunta, johon liikuttaessa kohdefunktion arvo pienenee. Todetaan ensiksi, että funktion  $\eta$  derivaataksi saadaan ketjusäännön perusteella

$$\frac{d\eta}{d\alpha} = \eta'(\alpha) = \mathbf{p}^T \left[ \frac{\partial L}{\partial \phi^*} \right]_{\phi^* = \phi + \alpha \mathbf{p}}. \quad (6.25)$$

Ensimmäistä Wolfen ehtoa kutsutaan riittävän vähenemisen ehdoksi, ja se on [36]

$$\eta(\alpha) \leq \eta(0) + c_1 \alpha \eta'(0), \quad (6.26)$$

jossa  $0 < c_1 < 1$ . Epäyhtälön (6.26) oikea puoli on suoran yhtälön askelkoolle  $\alpha$  saadaan yläraja kuvassa 3.20 olevan mustan katkoviivan

mukaisesti. Kontrolliparametriä  $c_1$  käytetään siksi, että saadun suoran kulmakertoimesta tulee hieman loivempi kuin funktion  $\eta$  tangentin kulmakertoimesta (kuvassa 3.20 sininen käyrä on funktio  $\eta$  ja punainen katkoviiva on funktion  $\eta$  tangentti pisteessä  $\alpha = 0$ ). Tällä tavalla taataan se, että saatu suora leikkaa funktion  $\eta$  käyrän etsityn minimikohdan jälkeen. Alarajan määrittävä ehto on muotoa [36]

$$|\eta'(\alpha)| \leq c_2 |\eta'(0)|, \quad (6.27)$$

jossa  $c_1 < c_2 < 1$ . Epäyhtälö (6.27) asettaa siis alarajan askelkoolle  $\alpha$  perustuen funktion  $\eta$  käyrän tangentin kulmakertoimeen (ks. kuva 3.21). Mikäli  $\eta'(0)$  on itseisarvoltaan hyvin suuri, on todennäköistä että optimaalinen  $\alpha$ :n arvo ei ole kovin pieni. Toisaalta kun  $|\eta'(\alpha)|$  lähestyy nollaa, niin tällöin tiedetään minimin olevan lähetyvillä. Kontrolliparametrin  $c_2$  avulla pystytään säätelemään sitä, että kuinka lähellä minimikohtaa hyväksyttävän askelkoon alaraja sijaitsee.

## 6.5 Pseudo-Wignerin esitys STFT:n autokorrelaationa

Lasketaan ensiksi tulos (4.16). Käyttämällä STFT:n määritelmää (4.7) saadaan

$$\begin{aligned} \int STFT(t, \omega) e^{i\omega \frac{\tau}{2}} d\omega &= \int \int w(\eta) s(t + \eta) e^{-i\omega(\eta - \frac{\tau}{2})} d\omega d\eta \\ &= \int w(\eta) s(t + \eta) \delta(\eta - \frac{\tau}{2}) d\eta = w(\frac{\tau}{2}) s(t + \frac{\tau}{2}). \end{aligned} \quad (6.28)$$

Vastaavalla laskulla saadaan

$$w(-\frac{\tau}{2}) s^*(t - \frac{\tau}{2}) = \int STFT^*(t, \omega) e^{i\omega \frac{\tau}{2}} d\omega. \quad (6.29)$$

Sijoittamalla tulokset (6.28) ja (6.29) pseudo-Wignerin esityksen määritelmään (4.15) saadaan

$$\begin{aligned} PWD(t, \omega) &= \int w(\frac{\tau}{2}) s(t + \frac{\tau}{2}) w(-\frac{\tau}{2}) s^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{-i\omega \tau} d\tau \\ &= \int \left[ \int STFT(t, \eta) e^{i\eta \frac{\tau}{2}} d\eta \right] \left[ \int STFT^*(t, \nu) e^{i\nu \frac{\tau}{2}} d\nu \right] e^{-i\omega \tau} d\tau \\ &= \int \int STFT(t, \eta) STFT^*(t, \nu) \left[ \int e^{-i\frac{\tau}{2}(2\omega - \eta - \nu)} d\tau \right] d\eta d\nu \\ &= \int \int STFT(t, \eta) STFT^*(t, \nu) \delta(2\omega - \eta - \nu) d\eta d\nu \\ &= \int STFT(t, \eta) STFT^*(t, 2\omega - \eta) d\eta. \end{aligned} \quad (6.30)$$

Suoritetaan vielä integrointimuuttujan vaihto  $\mu = \eta - \omega$ , jolloin  $\eta = \omega + \mu$ ,  $d\mu = d\eta$  ja  $2\omega - \eta = \omega - \mu$ . Näin saadaan haluttu tulos

$$PWD(t, \omega) = \int STFT(t, \omega + \mu) STFT^*(t, \omega - \mu) d\mu. \quad (6.31)$$

## 6.6 S-menetelmän ydinfunktio

Osoitetaan seuraavaksi, että kun Cohenin luokan ydinfunktioksi valitaan  $\Phi(t, \omega) = 2p(2t)\mathcal{F}_{\tau \rightarrow \omega} \{w(t + \tau/2)w(t - \tau/2)\}$ , niin tulokseksi saadaan S-menetelmä (4.18). Sijoittamalla  $\Phi$  Cohenin luokan määritelmään (4.11) saadaan

$$\begin{aligned} C(t, \omega) &= 2 \int \int p(2\mu) \left[ \int w(\mu + \frac{\chi}{2})w(\mu - \frac{\chi}{2})e^{-i\nu\chi} d\chi \right] \cdot \\ &\quad \left[ \int x(t - \mu + \frac{\tau}{2})x(t - \mu - \frac{\tau}{2})e^{-i(\omega - \nu)\tau} d\tau \right] d\mu d\nu \\ &= 2 \int \int \int p(2\mu)w(\mu + \frac{\chi}{2})w(\mu - \frac{\chi}{2}) \left[ \int e^{-i\nu(\chi - \tau)} d\nu \right] \cdot \\ &\quad x(t - \mu + \frac{\tau}{2})x(t - \mu - \frac{\tau}{2})e^{-i\omega\tau} d\tau d\mu d\chi \quad (6.32) \\ &= 2 \int \int \int p(2\mu)w(\mu + \frac{\chi}{2})w(\mu - \frac{\chi}{2})\delta(\chi - \tau) \cdot \\ &\quad x(t - \mu + \frac{\tau}{2})x(t - \mu - \frac{\tau}{2})e^{-i\omega\tau} d\tau d\mu d\chi \\ &= 2 \int \int p(2\mu)w(\mu + \frac{\tau}{2})w(\mu - \frac{\tau}{2})x(t - \mu + \frac{\tau}{2})x(t - \mu - \frac{\tau}{2}) \cdot \\ &\quad e^{-i\omega\tau} d\tau d\mu. \end{aligned}$$

Hyödynnetään seuraavaksi tuloksia (6.28) ja (6.29) saadun integraalin (6.32) sisällä, jolloin saadaan

$$\begin{aligned}
C(t, \omega) &= 2 \int \int p(2\mu) \left[ \int STFT^*(t, \alpha) e^{i\alpha(\mu + \frac{\tau}{2})} d\alpha \right] \cdot \\
&\left[ \int STFT(t, \beta) e^{i\beta(\frac{\tau}{2} - \mu)} d\beta \right] e^{-i\omega\tau} d\tau d\mu = 2 \int \int \int p(2\mu) \cdot \\
&STFT^*(t, \alpha) STFT(t, \beta) e^{i\mu(\alpha - \beta)} \left[ \int e^{-i\frac{\tau}{2}(2\omega - \alpha - \beta)} d\tau \right] d\alpha d\beta d\mu \quad (6.33) \\
&= 2 \int \int \int p(2\mu) STFT^*(t, \alpha) STFT(t, \beta) e^{i\mu(\alpha - \beta)} \cdot \\
&\delta(2\omega - \alpha - \beta) d\alpha d\beta d\mu \\
&= 2 \int \int p(2\mu) STFT(t, \beta) STFT^*(t, 2\omega - \beta) e^{i2\mu(\omega - \beta)} d\mu d\beta.
\end{aligned}$$

Tehdään sama integrointimuuttujan vaihto kuin yhtälössä (6.30), eli  $\varphi = \beta - \omega$ , jolloin saadaan

$$\begin{aligned}
C(t, \omega) &= 2 \int STFT(t, \omega + \varphi) STFT^*(t, \omega - \varphi) \left[ \int p(2\mu) e^{-i2\mu\varphi} d\mu \right] d\varphi \\
&= \int P(\varphi) STFT(t, \omega + \varphi) STFT^*(t, \omega - \varphi) d\varphi,
\end{aligned} \tag{6.34}$$

jossa  $P(\omega) = \mathcal{F}_{t \rightarrow \omega} \{p(t)\}$  (ikkunafunktion  $p$  Fourier-muunnosta laskettaessa on tehty integrointimuuttujan vaihto  $\mu' = 2\mu$ , jolloin  $d\mu = d\mu'/2$  ja kerroin kaksi häviää integraalin edestä).

## Lähdeluettelo

- [1] W. G. Carrara, R. S. Goodman and R. M. Majewski, *Spotlight Synthetic Aperture Radar: Signal Processing Algorithms*, Artech House, 1995
- [2] C. V. Jr. Jakowatz, D. E. Wahl, P. E. Eichel, D. G. Ghiglia and P. A. Thompson, *Spotlight-mode synthetic aperture radar-a signal processing approach*, Springer Verlag, 1996
- [3] Wu H., Grenier D., Delisle G. Y. and Fang D-G., "Translational motion compensation in ISAR image processing", *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 4, no. 11, pp. 1561-1571, November 1995
- [4] J. Wang and D. Kasilingam, "Global range alignment for ISAR", *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 39, no. 1, pp. 351-357, January 2003
- [5] L. Xi, L. Guosui and J. Ni, "Autofocusing of ISAR images based on entropy minimization", *IEEE Trans. on Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 35, no. 4, pp. 1240-1252, October 1999
- [6] V. C. Chen and S. Qian, "Joint time-frequency transform for radar range-doppler imaging", *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 34, no. 2, pp. 486-499, April 1998
- [7] H. Perälä, M. Väilä, J. Jylhä, J. Kylmä, V.-J. Salminen and A. Visa, "On efficient characterization of radar targets with scatterer sets for target recognition using commercial ray tracing software", in *Proc. 2014 IEEE Radar Conference*, pp. 260-264, Cincinnati, OH, USA, May 2014
- [8] C. Casteel, L. Gorham, M. Minardi, S. Scarborough, K. Naidu and U. Majumder, "A challenge problem for 2-D/3-D imaging of targets from a volumetric data set in an urban environment", in *Proc. SPIE- Algorithms Synthetic Aperture Radar Imagery XIV*, E. G. Zelnio and F. F. Garber, Eds., vol. 6568, pp. 65680D, 2007
- [9] D. C. Jr. Munson, J. D. O'Brien and W. K. Jenkins, "A tomographic formulation of spotlight-mode synthetic aperture radar", *Proceedings of the IEEE*, vol. 71, no. 8, pp. 917-925, August 1983

- [10] D. A. Ausherman, A. Kozma, J. L. Walker, H. M. Jones and E. C. Poggio, "Developments in radar imaging", *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. AES-20, no. 4, pp. 363-400, July 1984
- [11] M. D. Desai and W. K. Jenkins, "Convolution backprojection image reconstruction for spotlight mode synthetic aperture radar", *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 1, no. 4, pp. 505-517, October 1992
- [12] L. M. H. Ulander, H. Hellsten and G. Stenström, "Synthetic aperture radar processing using fast factorized back-projection", *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 39, no. 3, pp. 760-776, July 2003
- [13] A. F. Yegulalp, "Fast backprojection algorithm for synthetic aperture radar", in *Proc. 1999 IEEE Radar Conference*, pp. 60-65, Waltham, MA, USA, April 1999
- [14] M. A. Richards, J. A. Scheer and W. A. Holm, *Principles of Modern Radar: Basic Principles*, SciTechPublishing, 2010
- [15] R. Bracewell, *The Fourier transform and its applications*, McGraw-Hill, 3rd edition, 1999
- [16] D. Zhu, L. Wang, Y. Yu, Q. Tao and Z. Zhu, "Robust ISAR range alignment via minimizing the entropy of the average range profile", *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.*, vol. 6, no. 2, pp. 204-208, April 2009
- [17] D. Simon, *Evolutionary Optimization Algorithms: Biologically Inspired and Population-Based Approaches to Computer Intelligence*, John Wiley and Sons, 2013
- [18] R. Storn and K. Price, "Differential evolution-a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces", *Journal of Global Optimization*, vol. 11, pp. 341-359, 1997
- [19] J. Kennedy and R. Eberhart, "Particle swarm optimization", *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks*, vol. 4, pp. 1942-1948, Perth, Australia, 1995
- [20] M. E. H. Pedersen, *Tuning and simplifying heuristical optimization*, PhD thesis, University of Southampton, School of Engineering Sciences, Computational Engineering and Design Group, 2010



- [21] P. H. Eichel, D. C. Ghiglia and C. V. Jr. Jakowatz, "Speckle processing method for synthetic-aperture-radar phase correction", *Optics Letters*, vol. 14, no. 1, pp. 1-3, January 1989
- [22] D. E. Wahl, P. H. Eichel, D. C. Ghiglia and C. V. Jr. Jakowatz, "Phase gradient autofocus-a robust tool for high resolution SAR phase correction", *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 30, no. 3, pp. 827-835, July 1994
- [23] J. N. Ash, "An autofocus method for backprojection imagery in synthetic aperture radar", *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.*, vol. 9, no. 1, pp. 104-108, January 2012
- [24] F. Berizzi and G. Corsini, "Autofocusing of Inverse Synthetic Aperture Radar Images Using Contrast Optimization", *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 32, no. 3, pp. 1191-1197, July 1996
- [25] J. R. Fienup, "Synthetic-aperture radar autofocus by maximizing sharpness", *Optics Letters*, vol. 25, no. 4, pp. 221-223, February 2000
- [26] J. R. Fienup and J. J. Miller, "Aberration correction by maximizing generalized sharpness metrics", *J. Opt. Soc. Amer. A*, vol. 20, no. 4, pp. 609-620, April 2003
- [27] R. L. Morrison, M. N. Do and D. C. Jr. Munson, "SAR image autofocus by sharpness optimization: a theoretical study", *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 16, no. 9, pp. 2309-2321, September 2007
- [28] H. J. Callow, *Signal processing for synthetic aperture sonar image enhancement*, PhD Thesis, University of Canterbury, Department of Electrical and Computer Engineering, Christchurch, New Zealand, April 2003
- [29] D. E. Wahl, C. V. Jr. Jakowatz and P. A. Thompson, "New approach to strip-map SAR autofocus", in *Sixth IEEE Digital Signal Processing Workshop*, pp. 53-56, Yosemite National Park, CA, USA, October 1994
- [30] W. L. van Rossum, M. P. G. Otten and R. J. P. van Bree, "Extended PGA for range migration algorithms", *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 42, no. 2, pp. 478-488, April 2006
- [31] S. A. Werness, W. G. Carrara, L. S. Joyce and D. B. Franczak, "Moving target imaging algorithm for SAR data", *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 26, no. 1, p. 57-67, January 1990

- [32] C. V. Jr. Jakowatz and D. E. Wahl, "Eigenvector method for maximum-likelihood estimation of phase errors in synthetic-aperture-radar imagery", *J. Opt. Soc. Amer. A.*, vol. 10, no. 12, pp. 2539-2546, December 1993
- [33] T. J. Schulz, "Optimal sharpness function for SAR autofocus", *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 14, no. 2, pp. 27-30, January 2007
- [34] M. Subbarao and J.-K. Tyan, "Selecting the optimal focus measure for autofocusing and depth-from-focus", *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 20, no. 8, pp. 864-870, August 1998
- [35] T. J. Kragh, "Monotonic iterative algorithm for minimum-entropy autofocus", in *Proc. Adaptive Sensor Array Processing (ASAP) Workshop*, Lexington, MA, USA, 2006
- [36] J. Nocedal and S. Wright, *Numerical Optimization*, Springer Verlag, 2006
- [37] L. Cohen, "Time-frequency distributions-a review", *Proceedings of the IEEE*, vol 77, no. 7, pp. 941-981, July 1989
- [38] R. P. Perry, R. C. DiPietro and R. L. Fante, "SAR imaging of moving targets", *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 35, no. 1, pp. 188-200, January 1999
- [39] M. Xing, R. Wu, J. Lan and Z. Bao, "Migration through resolution cell compensation in ISAR imaging", *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.*, vol. 1, no. 2, pp. 141-144, April 2004
- [40] L. Stankovic, "A method for time-frequency signal analysis", *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 42, no. 1, pp. 225-229, January 1994
- [41] L. Stankovic, T. Thayaparan, M. Dakovic and V. Popovic, "S-method in radar imaging", *14th European Signal Processing Conference*, pp. 1-5, Florence, Italy, September 2006
- [42] F. Auger and P. Flandrin, "Improving the readability of time-frequency and time-scale representations by the reassignment method", *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 43, no. 5, pp. 1068-1089, May 1995
- [43] I. Djurovic and L. Stankovic, "Time-frequency representation based on the reassigned S-method", *Signal Processing*, Elsevier, vol. 77, pp. 115-120, 1999

- [44] S. S. Bayin, *Mathematical Methods in Science and Engineering*, Wiley, 2006